

高三 12 月数学试卷

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。
4. 本试卷主要考试内容:高考全部内容。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | x^2 - x - 6 \leq 0\}$, $B = \{-3, -2, 0, 2, 3\}$, 则 $A \cap B =$
A. $\{-3, -2, 0, 2\}$ B. $\{-2, 0\}$ C. $\{-2, 0, 2, 3\}$ D. $\{0, 2\}$
2. 复数 $z = \frac{1+2i}{4+3i}$ 在复平面内对应的点位于
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
3. 已知 $a = 0.9^{1.1}$, $b = \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{3}$, $c = \log_{\frac{1}{3}} 2$, 则
A. $a > b > c$ B. $a > c > b$ C. $c > a > b$ D. $b > a > c$
4. 若某等差数列的前 3 项和为 27, 且第 3 项为 5, 则该等差数列的公差为
A. -3 B. -4 C. 3 D. 4
5. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c , 若 $3a = 4b, A = 2B$, 则 $\cos B =$
A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{3}{8}$ D. $\frac{3}{4}$
6. 已知 $f(x)$ 是奇函数, 且在 $[0, +\infty)$ 上单调递减, 则下列函数既是奇函数, 又在 $(-\infty, 0)$ 上单调递增的是
A. $g(x) = f(x) - f(-x)$ B. $g(x) = f(x) + f(-x)$
C. $g(x) = f(2^x - 2^{-x})$ D. $g(x) = f(-x) - f(x)$
7. 已知抛物线 $C: y^2 = 6x$, 过点 $A(4, 2)$ 的直线 l 与抛物线 C 交于 M, N 两点, 若 $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{AN}$, 则直线 l 的斜率是
A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{4}{3}$ D. $\frac{3}{2}$
8. 已知函数 $f(x) = 2(x-1)e^x - x^2 - ax$ 在 \mathbf{R} 上单调递增, 则 a 的最大值是
A. 0 B. $\frac{1}{e}$ C. e D. 3

二、选择题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分,部分选对的得 2 分,有选错的得 0 分。

9. 若函数 $f(x) = 2\sin(\frac{\pi}{5}x - \frac{\pi}{4})$, 则
A. $f(x)$ 的最小正周期为 10 B. $f(x)$ 的图象关于点 $(\frac{4}{5}, 0)$ 对称

- C. $f(x)$ 在 $(0, \frac{25}{4})$ 上有最小值
- D. $f(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{15}{4}$ 对称
10. 设 $a, b \in \mathbf{R}$, 若 $4a^2 + b^2 = 1$, 则
- A. $ab \geq \frac{1}{4}$
- B. $2a + b \leq \sqrt{2}$
- C. $4a + b^2 \leq 2$
- D. $\frac{1}{a^2+1} + \frac{1}{b^2+1} \geq \frac{3}{2}$
11. 已知直线 $l: mx + (m-2)y + 2 = 0$ 与圆 $C: x^2 + y^2 - 4x + 6y - 23 = 0$, 点 P 在圆 C 上, 则
- A. 直线 l 过定点 $(1, 1)$
- B. 圆 C 的半径是 6
- C. 直线 l 与圆 C 一定相交
- D. 点 P 到直线 l 的距离的最大值是 $6 + \sqrt{5}$
12. 已知函数 $f(x) = |\log_2 |x||$, $x \in (-1, 0) \cup (0, 4]$. 若关于 x 的方程 $f(x) = a$ 有 3 个实数解 x_1, x_2, x_3 , 且 $x_1 < x_2 < x_3$, 则
- A. $x_1 x_2 x_3$ 的取值范围是 $(-1, -\frac{1}{4}]$
- B. $x_1 + x_2 + x_3$ 的取值范围是 $(1, 4]$
- C. $x_2 + 4x_3$ 的最小值为 4
- D. $|\frac{1}{x_1 x_3} + \frac{1}{x_1 x_2}| + \frac{16}{x_3}$ 的最小值是 13

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡中的横线上.

13. 已知单位向量 a, b 满足 $|a + 2b| = \sqrt{7}$, 则向量 a, b 的夹角是 $\underline{\hspace{2cm} \blacktriangle \hspace{2cm}}$.
14. $(x - \frac{2}{x^3})^6$ 的展开式中, 含 x^2 项的系数是 $\underline{\hspace{2cm} \blacktriangle \hspace{2cm}}$ (用数字作答)
15. 已知 $\sin(\alpha + \frac{5\pi}{2}) = 3\sin(\alpha - \pi)$, 则 $\tan 2\alpha = \underline{\hspace{2cm} \blacktriangle \hspace{2cm}}$.
16. 过双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的右焦点 F_2 作 C 的一条渐近线的垂线, 垂足为 A , 且 C 的左顶点为 B , $|AB| = \frac{2ab}{\sqrt{a^2 + b^2}}$, 则 C 的离心率为 $\underline{\hspace{2cm} \blacktriangle \hspace{2cm}}$.

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

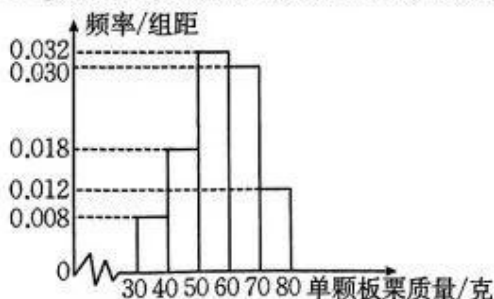
在锐角 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $\sqrt{2}a \sin C - c = 0$.

(1) 求 A ;

(2) 求 $2\sqrt{2} \sin B - 2 \sin C$ 的取值范围.

18. (12分)

镇安大板栗又称中国甘栗、东方珍珠,以味道甜脆,甘美可口,老幼皆宜,营养丰富而著称于世.现从某板栗园里随机抽取部分板栗进行称重,将得到的数据(单位:克)按 $[30,40)$, $[40,50)$, $[50,60)$, $[60,70)$, $[70,80]$ 分成五组,绘制的频率分布直方图如图所示.

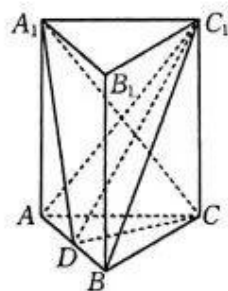


- (1)请估计该板栗园的板栗质量的中位数;
- (2)现采用分层抽样的方法从质量在 $[40,50)$ 和 $[70,80]$ 内的板栗中抽取10颗,再从这10颗板栗中随机抽取4颗,记抽取到的特等板栗(质量 ≥ 70 克)的个数为 X ,求 X 的分布列与数学期望.

19. (12分)

如图,在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AA_1 \perp$ 平面 ABC , $\triangle ABC$ 是等边三角形,且 D 为棱 AB 的中点.

- (1)证明: $AB \perp$ 平面 CC_1D .
- (2)若 $2AA_1 = 3AB$,求平面 A_1CD 与平面 ABC_1 夹角的余弦值.



20. (12分)

已知点 $F_1(-1,0)$, $F_2(1,0)$,动点 M 满足 $|MF_1| + |MF_2| = 4$,动点 M 的轨迹记为 E .

- (1)求 E 的方程;
- (2)过点 F_2 的直线 l 与 E 交于 A, B 两点, O 为坐标原点,求 $\triangle OAB$ 面积的最大值.

3-1-2-1

21. (12分)

设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_1 = \frac{1}{2}$, 且 $a_n + a_n a_{n-1} = a_{n-1}$ ($n \geq 2, n \in \mathbf{N}_+$).

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $b_n = (-1)^{n+1} (2n+3) a_n a_{n+1}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

22. (12分)

已知函数 $f(x) = \sin x + x^2$.

(1) 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程;

(2) 证明: $f(x) > -\frac{5}{16}$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线