

河北省 2024 届高三年级大数据应用调研联合测评(Ⅲ)

数 学

班级 _____ 姓名 _____

注意事项:

- 答卷前,考生务必将自己的姓名、班级和考号填写在答题卡上。
- 回答选择题时,选出每小题答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
- 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

- 已知复数 $z = \frac{i-3}{i+1}$, 则 z 的虚部是
A. -1 B. -i C. 2 D. 2i
- 已知集合 $A = \{x | y = \ln(-x^2 + x + 2)\}$, $B = \{x | x^2 + 2x - 3 < 0\}$, 则 $A \cap B =$
A. (-1, 2) B. (-3, 1) C. (-3, -1) D. (-1, 1)
- 已知命题 $p: m = (a, a^2)$, $n = (1, 2)$, m 与 n 共线, 命题 $q: a = 2$, 则 p 是 q 的
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
- 新高考在赋分时,先根据考生原始分划定等级,再根据该等级下考生原始分数的排名进行赋分(赋分均为整数),某校在高三年级某次化学模拟考试中对全校 1 000 人进行赋分,一同学该科目全校排名 300 名,则其赋分为(保留整数)

等级	A	B	C	D	E
比例	15%	35%	35%	13%	2%
赋分区间	100—86	85—71	70—56	55—41	40—30

A. 80 B. 79 C. 78 D. 77

- 已知函数 $f(x) = \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$, 将 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位后可以得到 $g(x)$ 的图象, 则 $f(x) + g(x)$ 的最大值为
A. 2 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- 已知函数 $f(x)$ 满足: $\forall x, y \in \mathbb{Z}, f(x+y) = f(x) + f(y) + 2xy + 1$ 成立, 且 $f(-2) = 1$, 则 $f(2n)(n \in \mathbb{N}^+) =$
A. $4n+6$ B. $8n-1$ C. $4n^2+2n-1$ D. $8n^2+2n-5$

- 已知抛物线 $C: y^2 = 4x$, M 是直线 $y = x + 4$ 上的一个动点, 过 M 作抛物线 C 的两条切线, 切点分别为 A, B , 若 H 为圆 $N: (x-3)^2 + (y-4)^2 = 5$ 上的动点, 则点 H 到直线 AB 距离的最大值为
A. $\sqrt{5}$ B. 5 C. 2 D. $2\sqrt{5}$

- 已知函数 $f(x) = e^x + a \ln \frac{1}{ax+a} - a (a > 0)$, 若 $f(x) > 0$ 恒成立, 则 a 的取值范围是

A. (0, 1) B. (1, +∞)
C. [1, +∞) D. (0, 1]

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分。

- 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{m^2+3} - \frac{y^2}{m^2} = 1 (m > 0)$ 的渐近线方程为 $y = \pm \frac{1}{2}x$, 则下列结论正确的是

A. $m = 1$ B. C 的离心率为 $\sqrt{5}$
C. 曲线 $y = \ln(x-1)$ 经过 C 的一个顶点 D. $y^2 - \frac{x^2}{4} = 1$ 与 C 有相同的渐近线

- 已知数列 $\{a_n\}$ 为等差数列, 公差为 d ; 数列 $\{b_n\}$ 为等比数列, 公比为 q , 则下列说法正确的是
A. 存在 d 和 q , 使得 $a_n = b_n$.
B. 若 S_n 为 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 则 $S_n, S_{2n} - S_n, S_{3n} - S_{2n}, \dots$ 成等差数列
C. 若 T_n 为 $\{b_n\}$ 的前 n 项和, 则 $T_n, T_{2n} - T_n, T_{3n} - T_{2n}, \dots$ 成等比数列
D. 当 $b_n > 0$ 时, 存在实数 A, a 使得 $A \cdot a^n = b_n$.

- 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 已知 $AB = AC = 2, AB \perp AC$, 下列说法正确的是
A. 平面 $A_1B_1C_1 \perp$ 平面 ACC_1A_1

B. 若 $AA_1 = 1$, 则 AA_1 与平面 ABC_1 所成角的余弦值为 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

C. 若 $AA_1 = 2$, 设 K 为 BC_1 的中点, 则平面 $A_1B_1K \perp$ 平面 ABC_1

D. 无论 AA_1 取任何值, BC_1 不会垂直于 AC

- 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $a = 2, \sin B = \sqrt{3} \sin C$, 则以下四个命题中正确的是

A. 满足条件的 $\triangle ABC$ 不可能是直角三角形
B. $\triangle ABC$ 面积的最大值为 $\sqrt{3}$
C. 当 $A = C$ 时, $\triangle ABC$ 的内切圆的半径为 $2\sqrt{3} - 3$
D. 若 $\triangle ABC$ 为锐角三角形, 则 $c \in (1, \sqrt{3})$

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

- $(x^2+1)(2x+1)^3$ 展开式中 x^3 项的系数为 _____.

- 已知 $\cos\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = -\frac{1}{3}$, 则 $\frac{\sin 2\alpha - 2\sin^2 \alpha}{\sqrt{1 - \cos 2\alpha}} =$ _____.

- 已知 $f_1(x) = f(x), f_2(x) = f'_1(x), f_3(x) = f'_2(x), \dots, f_{n+1}(x) = f'_n(x), n \in \mathbb{N}$, 例如 $f_1(x) = \sin x$, 则 $f_2(x) = \cos x, f_3(x) = -\sin x, f_4(x) = -\cos x, \dots$. 若 $f(x) = e^{\cos x} + e^{-\cos x}$, 则 $f_4(2\pi) =$ _____.

17. (本小题满分 10 分) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $a_3 = 5, S_7 = 28$.

(2) 若数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 $T_n = 2^n$, 求数列 $\{a_n \cdot b_n\}$ 的前 n 项和.

(1) 证明 $BD \perp$ 平面 A_1ACC_1 ;

高三数学 第3页(共4页)

(1)求该名参赛者恰好答对两道题目的概率;

20. (本小题满分 12 分) 在圆内接四边形 $ABCD$ 中, 已知 $AB=2$, $AD=3$, AC 平分 $\angle BAD$.

(2) 求 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD}$ 的值.



(1) 求点 H 的轨迹方程;

$\overrightarrow{QA} = \mu \overrightarrow{QB}$, 求证: $\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\mu}$ 为定值.

(1) 讨论 $\frac{f(x)}{x}$ 的单调性;

(2) 已知 $g(x) = 2x - e^{x-1} - 1$, 若 $f(x) \geq g(x)$ 恒成立, 求 a 的值.