

机密★启用前 【考试时间：12月28日 15:00—17:00】

昆明市第一中学郑重声明：严禁提前考试、发放及网络传播试卷，违反此规定者取消其联考资格，并追究经济 and 法律责任；对于首位举报者，经核实奖励2000元。举报电话：0871-65325731

昆明市第一中学2024届高中新课标高三第五次二轮复习检测 数学试卷

命题人：昆一中数学命题小组

审题人：杨昆华 彭力 李文清 李春宣 丁茵 王在方 张远雄 李露 陈泳序 杨耕耘

本试卷共4页，22题。全卷满分150分。考试用时120分钟。

注意事项：

1. 答题前，先将自己的姓名、准考证号填写在试卷和答题卡上，并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 选择题的作答：每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试卷、草稿纸和答题卡的非答题区域均无效。
3. 非选择题的作答：用黑色签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
4. 考试结束后，请将本试卷和答题卡一并上交。

一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

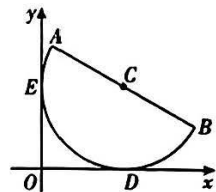
1. 已知复数 z 满足 $2+i=iz$ ，则 $|z| =$
A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. $\sqrt{5}$
2. 已知集合 $A = \{a \in \mathbf{N} \mid ax^2 = 4, x \in \mathbf{Z}\}$ ， $B = \{1, 2\}$ ，则
A. $A \cap B = \{1\}$ B. $A = B$ C. $A \cup B = \{-1, 1\}$ D. $B \subseteq A$
3. 古希腊著名数学家欧几里德在《几何原本》一书中定义了圆锥与直角圆锥这两个概念：固定直角三角形的一条直角边，旋转直角三角形到开始位置，所形成的图形称为圆锥；如果固定的直角边等于另一直角边时，所形成的圆锥称为直角圆锥，则直角圆锥的侧面展开图（为一扇形）的圆心角的大小为
A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\sqrt{2}\pi$
C. $\frac{3\pi}{2}$ D. 与直角圆锥的母线长有关
4. 下列函数中，在区间 $(0, \frac{\pi}{2})$ 上单调递增的是
A. $y = \tan(x + \frac{\pi}{3})$ B. $y = \sin(2x + \frac{\pi}{3})$ C. $y = \cos(2x - \frac{\pi}{6})$ D. $y = |\sin x|$
5. 直线 $x+y+4=0$ 分别与 x 轴， y 轴交于 A, B 两点，点 P 在圆 $x^2 + (y-2)^2 = 2$ 上，则 $\triangle ABP$ 面积的取值范围是
A. $[2, 6]$ B. $[4, 8]$ C. $[8, 16]$ D. $[4\sqrt{2}, 8\sqrt{2}]$

数学·第1页(共4页)

6. 若 $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$, $\sqrt{2}\sin\alpha + \sin\beta = \sqrt{3}$, 则 $\tan\alpha =$
- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\sqrt{2}$ C. 1 D. $\sqrt{3}$
7. 若曲线 $f(x) = 2ax^2 + \ln(x-1)$ 存在平行于 x 轴的切线, 则 a 的取值范围是
- A. $(-\infty, 1)$ B. $(-\infty, -1)$
C. $(-\infty, 0)$ D. $(-\infty, e)$
8. 四张外观相同的奖券让甲、乙、丙、丁四人各随机抽取一张, 其中只有一张奖券可以中奖, 则
- A. 四人中奖概率与抽取顺序有关
B. 在丁未中奖的条件下, 甲或乙中奖的概率为 $\frac{3}{4}$
C. 事件“甲或乙中奖”与事件“丙或丁中奖”为对立事件
D. 事件“丙中奖”与事件“丁中奖”相互独立

二、多项选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分。

9. 已知由样本数据 $(x_i, y_i) (i=1, 2, 3, \dots, 8)$ 组成的一个样本, 得到经验回归方程为 $\hat{y} = 1.5x - 0.6$ 且 $\bar{x} = 2$, 去除两个异常数据 $(-2, 7)$ 和 $(2, -7)$ 后, 得到的新的经验回归直线的斜率为 3, 则
- A. 相关变量 x, y 具有正相关关系
B. 去除异常数据后, 新的平均数 $\bar{x}' = 2$
C. 去除异常数据后的经验回归方程为 $\hat{y} = 3x - 4.8$
D. 去除异常数据后, 随 x 值增加, \hat{y} 的值增加速度变小
10. 下列命题错误的是
- A. 已知 n 为平面 α 的一个法向量, m 为直线 l 的一个方向向量, 若 $n \perp m$, 则 $l \parallel \alpha$
B. 已知 n 为平面 α 的一个法向量, m 为直线 l 的一个方向向量, 若 n 与 m 的夹角为 $\frac{2\pi}{3}$, 则 l 与 α 所成角为 $\frac{\pi}{6}$
C. 若两个平面互相垂直, 则过其中一个平面内任意一点作交线的垂线, 则此垂线必垂直于另一个平面
D. 若在平面 α 内存在不共线的三点到平面 β 的距离相等, 则平面 $\alpha \parallel$ 平面 β
11. 半圆形量角器在第一象限内, 且与两坐标轴分别相切于 D, E 两点. 设量角器的直径 $AB = 4$, 圆心为 C , 点 P 为坐标平面内一点. 下列选项正确的是
- A. $|\vec{OA} + \vec{OB}| = 4\sqrt{2}$
B. $|\vec{PA}|^2 + |\vec{PB}|^2 = 2(|\vec{PC}|^2 + |\vec{AC}|^2)$
C. 当点 A 与点 E 重合时, \vec{OC} 与 \vec{CA} 的夹角为 $\frac{\pi}{4}$
D. $\triangle CDE$ 的面积为 2



12. 已知椭圆 $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$ 的左右焦点分别为 F_1, F_2 , 直线 $x = t (-1 \leq t \leq 1)$ 与椭圆相交于点 A, B 两点, 则

- A. 当 $t = 0$ 时, $\triangle AF_1B$ 的面积为 $\sqrt{3}$ B. 不存在 t , 使 $\triangle AF_1B$ 为直角三角形
C. 存在 t 使四边形 AF_1BF_2 面积最大 D. 存在 t , 使 $\triangle AF_1B$ 的周长最大

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. $f(x)$ 为定义在 \mathbf{R} 上的奇函数, 当 $x > 0$ 时, $f(x) = 2^x + 1$, 则 $x < 0$ 时, $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 函数 $f(x) = \begin{cases} e^x, & x > 0, \\ -x^2 - x, & x \leq 0, \end{cases}$ 则关于 x 的不等式 $f(x) \geq 0$ 的解集为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. 已知抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点为 F , 点 $A(\frac{p}{3}, a)$ ($a > 0$) 在 C 上, $|AF| = 5$, 若直线 AF 与 C 交于另一点 B , 则 $|BF|$ 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

16. 给定数列 A , 定义 A 上的加密算法 f_i : 当 i 为奇数时, 将 A 中各奇数项的值均增加 i , 各偶数项的值均减去 1; 当 i 为偶数时, 将 A 中各偶数项的值均增加 $2i$, 各奇数项的值均减去 2, 并记新得到的数列为 $f_i(A) (i \in \mathbf{N}^*)$. 设数列 $B_0: 2, 0, 2, 3, 5, 7$, 数列 $B_n = f_n(B_{n-1}) (n \in \mathbf{N}^*)$, 则数列 B_2 为 $\underline{\hspace{2cm}}$; 数列 B_{2n} 的所有项的和为 $\underline{\hspace{2cm}}$. (第一空 2 分, 第二空 3 分)

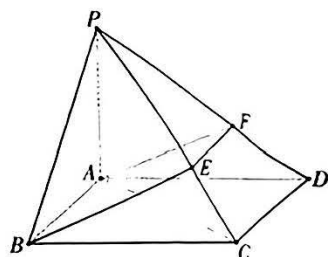
四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10 分)

如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, 四边形 $ABCD$ 为平行四边形, 且 $AB \perp AC$, 过直线 AB 的平面与棱 PC, PD 分别交于点 E, F .

(1) 证明: $CD \parallel EF$;

(2) 若 $AB = PA = 3, AC = 6, EF = \frac{2}{3}CD$, 求平面 BEF 与平面 DFE



夹角的余弦值.

18. (12 分)

已知点 M 到椭圆 $E: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的左焦点和右焦点的距离之比为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

(1) 求点 M 的轨迹方程;

(2) 若直线 $y = x + 1$ 与 M 的轨迹相交于 A, B , 与椭圆 E 相交于 C, D , 求 $\frac{|AB|}{|CD|}$ 的值.

19. (12分)

已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且 $\frac{\tan B}{\cos C} + \frac{\tan C}{\cos B} = 2(\tan B + \tan C)$.

- (1)若 $a=3$, 求 $\triangle ABC$ 的周长;
(2)求 $\tan A + \sin A$ 的取值范围.

20. (12分)

某单位有10000名职工, 想通过验血的方式筛查乙肝病毒携带者, 假设携带病毒的人占0.05. 如果对每个人的血样逐一化验, 就需要化验10000次, 统计专家提出了一种化验方法: 随机地按5人一组分组, 然后将5个人的血样混合再化验, 如果混合血样呈阴性, 说明这5人全部阴性; 如果混合呈阳性, 就需要对每个人再分别化验一次. (每一小组都要按要求独立完成)

- (1)按照这种化验方法能减少化验次数吗? 如果能减少化验次数, 大约能减少多少次?
(2)如果携带病毒的人只占0.02, 按照 k 个人一组, k 取多大时化验次数最少? 此时大约需化验多少次?

附参考说明: $(0.95^5 = 0.7738)$, $a_n = \frac{1}{n} - 0.98^n (n \in \mathbf{N}^*)$ 先减后增

| | | | |
|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| 0.98 ⁶ | 0.98 ⁷ | 0.98 ⁸ | 0.98 ⁹ |
| 0.8858 | 0.8681 | 0.8508 | 0.8337 |

21. (12分)

已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$, $a_{n+1} = \begin{cases} a_n & (n \text{ 为奇数}), \\ a_n + 2 & (n \text{ 为偶数}). \end{cases}$ 数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = a_{2n-1}$.

- (1)求 b_2, b_3 的值及数列 $\{b_n\}$ 的通项公式;
(2)若 $\left(1 + \frac{1}{b_1}\right)\left(1 + \frac{1}{b_2}\right)\cdots\left(1 + \frac{1}{b_n}\right) \geq p\sqrt{2n+1} (p > 0, n \in \mathbf{N}^*)$, 求 p 的取值范围;
(3)在数列 $\{b_n\}$ 中, 是否存在正整数 m, k , 使 $b_2, b_m, b_k (m, k \in \mathbf{N}^*, 5 < m < k)$ 构成等比数列? 若存在, 求符合条件的一组 (m, k) 的值, 若不存在, 请说明理由.

22. (12分)

设 a, b 为函数 $f(x) = x \cdot e^x - m (m < 0)$ 的两个零点.

- (1)若当 $x < 0$ 时, 不等式 $x \cdot e^x > \frac{1}{x}$ 恒成立, 求实数 m 的取值范围;
(2)证明: $e^a + e^b < 1$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

