保密★使用前

泉州市2024届高中毕业班质量监测（二）

2024.01

高 三 数 学

本试卷共22题，满分150分，共8页。考试用时120分钟。

注意事项：

1．答题前，考生先将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．考生作答时，将答案答在答题卡上。请按照题号在各题的答题区域（黑色线框）内作答，超出答题区域书写的答案无效。在草稿纸、试题卷上答题无效。

3．选择题答案使用2B铅笔填涂，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号；非选择题答案使用0.5毫米的黑色中性（签字）笔或碳素笔书写，字体工整、笔迹清楚。

4．保持答题卡卡面清洁，不折叠、不破损。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．设集合 $A=\{x|x-2>0\}$，$B=\{x|x(x-2)<3x-6\}$，则 $A\cap B=$

A．$(3,+\infty)$　　B．$(2,+\infty)$　　C．$(2,5)$　　D．$(2,3)$

2．已知复数 $z_1=\cos\frac{\pi}{5}+\mathrm{i}\sin\frac{\pi}{5}$，$z_2=\mathrm{i}$，则 z_1z_2 在复平面内对应的点位于

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

3．已知 $\theta\in(0,\pi)$，$\sin\theta=\cos\theta$，则 $\sin\theta\cos\theta=$

A．$-\sqrt{2}$　　B．$-\frac{1}{2}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．$\sqrt{2}$

4．已知圆柱母线长等于2，过母线作截面，截面的最大周长等于8，则该圆柱的体积等于

A．π　　B．2π　　C．4π　　D．8π

5．函数 $f(x)$ 的数据如下表，则该函数的解析式可能形如

x	-2	-1	0	1	2	3	5
$f(x)$	2.3	1.1	0.7	1.1	2.3	5.9	49.1

A．$f(x)=ka^{|x|}+b$　　B．$f(x)=kx\mathrm{e}^x+b$

C．$f(x)=k|x|+b$　　D．$f(x)=k(x-1)^2+b$

6. 若抛物线 $y^2=4x$ 与椭圆 $E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{a^2-1}=1$ 的交点在 x 轴上的射影恰好是 E 的焦点，则 E 的离心率为

A. $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$　　C. $\sqrt{2}-1$　　D. $\sqrt{3}-1$

7. 某学校举办运动会，径赛类共设 100 米、200 米、400 米、800 米、1500 米 5 个项目，田赛类共设铅球、跳高、跳远、三级跳远 4 个项目．现甲、乙两名同学均选择一个径赛类项目和一个田赛类项目参赛，则甲、乙的参赛项目有且只有一个相同的方法种数等于

A. 70　　B. 140　　C. 252　　D. 504

8. 已知函数 $f(x)=\frac{4}{x}+\frac{1}{4-x}(1\leqslant x\leqslant 3)$．若函数 $y=f(x)-a$ 存在零点，则 a 的取值范围为

A. $[\frac{9}{4},\frac{7}{3}]$　　B. $[\frac{7}{3},\frac{13}{3}]$　　C. $[\frac{9}{4},\frac{13}{3}]$　　D. $[\frac{9}{4},+\infty)$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，有选错的得 0 分，部分选对的得 2 分。

9. 抛掷一枚骰子，设事件 $A=$ “出现的点数为偶数”，事件 $B=$ “出现的点数为 3 的倍数”，则

A. A 与 B 是互斥事件　　B. $A\cup B$ 不是必然事件

C. $P(AB)=\frac{1}{3}$　　D. $P(A\cup B)=\frac{2}{3}$

10. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x+1)=-f(x)$，当 $x\in[-\frac{1}{2},0]$ 时，$f(x)=2x$，当 $x\in(0,\frac{1}{2}]$ 时，$f(x)=\sin\pi x$，则

A. $f(\frac{1}{3})-f(\frac{2}{3})=0$　　B. $f(-\frac{2}{3})-f(\frac{4}{3})=0$

C. $f(\frac{2}{3})+f(\frac{3}{2})\geqslant 0$　　D. $f(\frac{2}{5})+f(\frac{5}{2})\geqslant 0$

11. 已知抛物线 $C:x^2=4y$ 的准线为 l，焦点为 F，过 F 的直线 m 与 C 交于 A,B 两点，则

A. l 的方程为 $y=-1$　　B. l 与以线段 AB 为直径的圆相切

C. 当线段 AB 中点的纵坐标为 2 时，$|AB|=3$　　D. 当 m 的倾斜角等于 $45°$ 时，$|AB|=8$

12．在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中，$A(0,0,0)$，$B(1,1,0)$，$C(0,2,0)$，$D(-3,2,1)$，$E(x^2,2,1)$ 在球 F 的球面上，则

A．DE∥平面 ABC

B．球 F 的表面积等于 100π

C．点 D 到平面 ACE 的距离等于 $\dfrac{3\sqrt{10}}{5}$

D．平面 ACD 与平面 ACE 的夹角的正弦值等于 $\dfrac{4}{5}$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．在平行四边形 $ABCD$ 中，$\overrightarrow{AB}=(1,2)$，$\overrightarrow{AD}=(4,-2)$，则 $|\overrightarrow{AC}|+|\overrightarrow{BD}|=$________．

14．数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=1$，$a_{n+1}=a_n+2^n$，则 $a_4=$__________．

15．已知直线 l: $x+y=2$，圆 C 被 l 所截得到的两段弧的长度之比为 $1:3$，则圆 C 的方程可以为____________．（只需写出一个满足条件的方程即可）

16．若 $2x^2-2x+a\ln x\geqslant 0$，则 a 的取值范围为__________．

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

17．（10 分）

等差数列 $\{a_n\}$ 和等比数列 $\{b_n\}$ 中，$a_1=b_1=2$，$a_3+b_3=5$，$a_5+2b_2=0$．

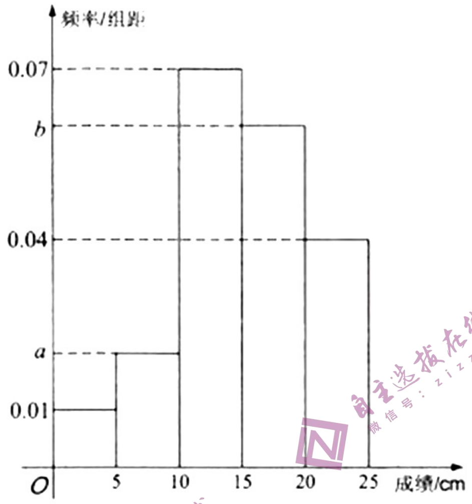
（1）求 $\{a_n\}$ 的公差 d；

（2）记数列 $\{a_nb_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，若 $a_n>0$，求 S_{20}．

18.（12 分）

教育部印发的《国家学生体质健康标准》，要求学校每学年开展全校学生的体质健康测试工作．某中学为提高学生的体质健康水平，组织了“坐位体前屈”专项训练．现随机抽取高一男生和高二男生共 60 人进行“坐位体前屈”专项测试．

高一男生成绩的频率分布直方图如图所示，其中成绩在 $[5,10)$ 的男生有 4 人．



高二男生成绩（单位：cm）如下：

10.2	12.8	6.4	6.6	14.3	8.3	16.8	15.9	9.7	17.5
18.6	18.3	19.4	23.0	19.7	20.5	24.9	20.5	25.1	17.5

（1）估计高一男生成绩的平均数和高二男生成绩的第 40 百分位数；

（2）《国家学生体质健康标准》规定，高一男生“坐位体前屈”成绩良好等级线为 15 cm，高二男生为 16.1 cm.

已知该校高一年男生有 600 人，高二年男生有 500 人，完成下列 2×2 列联表，依据小概率值 $\alpha=0.005$ 的独立性检验，能否认为该校男生“坐位体前屈”成绩优良等级与年级有关？

等级 年级	良好及以上	良好以下	合计
高一			
高二			
合计			

附：$\chi^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中 $n=a+b+c+d$.

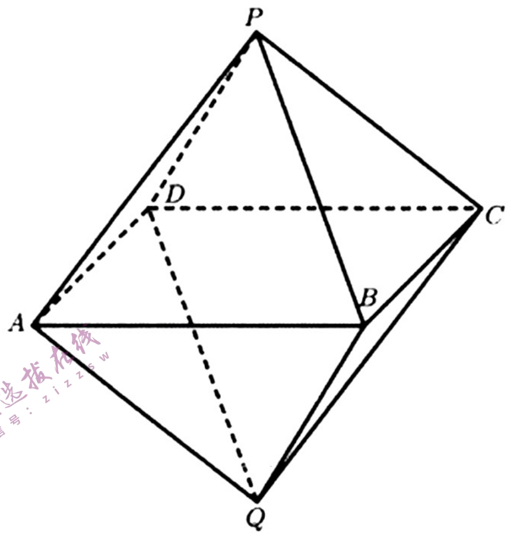
α	0.05	0.010	0.005	0.001
x_α	3.841	6.635	7.879	10.828

19.（12 分）

如图，两个棱长均等于 2 的正四棱锥拼接得到多面体 $PABCDQ$.

（1）求证：PA // 平面 QBC ；

（2）求平面 PCD 与平面 QBC 的夹角的正弦值.



20.（12 分）

一个袋子中有10个大小相同的球，其中红球7个，黑球3个. 每次从袋中随机摸出1个球，摸出的球不再放回.

（1）求第2次摸到红球的概率；

（2）设第 1,2,3 次都摸到红球的概率为 P_1；第1次摸到红球的概率为 P_2；在第1次摸到红球的条件下，第2次摸到红球的概率为 P_3；在第1，2次都摸到红球的条件下，第3次摸到红球的概率为 P_4．求 P_1,P_2,P_3,P_4；

（3）对于事件 A,B,C，当 $P(AB)>0$ 时，写出 $P(A),P(B\mid A),P(C\mid AB),P(ABC)$ 的等量关系式，并加以证明.

21．（12 分）

$\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c．已知 $b=\sqrt{3}$，$\dfrac{\sin(B+C)}{\sin B+\sin C}=\dfrac{b-c}{a-c}$．

（1）若 $C=\dfrac{\pi}{6}$，求 a；

（2）点 D 是 $\triangle ABC$ 外一点，AC 平分 $\angle BAD$，且 $\angle ADC=\dfrac{2}{3}\pi$，求 $\triangle BCD$ 的面积的取值范围.

22．（12 分）

动圆 C 与圆 $C_1:(x+\sqrt{5})^2+y^2=4$ 和圆 $C_2:(x-\sqrt{5})^2+y^2=4$ 中的一个内切，另一个外切，记点 C 的轨迹为 E.

（1）求 E 的方程；

（2）已知点 $M(1,t)$（$\frac{3}{4}<t<\frac{3}{2}$），$x$ 轴与 E 交于 A，B 两点，直线 AM 与 E 交于另一点 P，直线 BM 与 E 交于另一点 Q，记 $\triangle ABM$，$\triangle PQM$ 的面积分别为 S_1，S_2．若 $S_2=\frac{49}{15}S_1$，求直线 PQ 的方程.