

十堰市 2024 年高三年级元月调研考试 数 学

本试题卷共 4 页,共 22 道题,满分 150 分,考试时间 120 分钟。

★ 祝考试顺利 ★

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考号填写在答题卡和试卷指定位置上,并将考号条形码贴在答题卡上的指定位置。
2. 选择题的作答:每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。答在试题卷、草稿纸上无效。
3. 非选择题用 0.5 毫米黑色墨水签字笔将答案直接答在答题卡上对应的答题区域内。答在试题卷、草稿纸上无效。
4. 考生必须保持答题卡的整洁。考试结束后,只交答题卡。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 设全集 $U=\mathbf{R}$, $A=\{x|x^2-8x+15<0\}$, $B=\{x|\sqrt{x}>1\}$, 则 $(\complement_U A)\cap B=$
 A. $(3, +\infty)$ B. $(1, 3)\cup[5, +\infty)$ C. $[5, +\infty)$ D. $(3, 5)$
2. 复数 $z=\frac{3+i}{2-3i}$ 在复平面内对应的点位于
 A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
3. 已知圆锥的底面面积为 9π , 体积为 12π , 则该圆锥的母线长为
 A. 3 B. 4 C. 5 D. $6\sqrt{2}$
4. 函数 $f(x)=5\cos(2x+\frac{\pi}{8})-1$ 在 $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ 上的单调递减区间为
 A. $[-\frac{\pi}{16}, \frac{\pi}{2}]$ B. $[-\frac{\pi}{16}, \frac{\pi}{8}]$ C. $[-\frac{\pi}{8}, \frac{7\pi}{16}]$ D. $[-\frac{\pi}{16}, \frac{7\pi}{16}]$
5. 已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0, b>0)$ 的一个焦点到一条渐近线的距离为 $2\sqrt{2}a$, 则 C 的离心率为
 A. 3 B. $\sqrt{2}$ C. 4 D. $3\sqrt{2}$
6. 已知角 α 的终边过点 $P(-1, 7)$, 且角 β 满足 $\alpha+\frac{\pi}{4}=2\beta$, 则 $\tan \beta=$
 A. $-\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{3}$ C. -3 D. 3
7. 若直线 $y=ax+b$ 与曲线 $y=2+\ln x$ 相切, 则 $a+b$ 的取值范围为
 A. $[e, +\infty)$ B. $[\frac{1}{e}, +\infty)$
 C. $[2, +\infty)$ D. $[1, +\infty)$

【高三数学 第 1 页(共 4 页)】

• 24 - 239C •

8. 有 5 张相同的卡片, 分别标有数字 1, 2, 3, 4, 5, 从中有放回地随机取两次, 每次取 1 张卡片. Ω_1 表示事件“第一次取出的卡片上的数字为 2”, Ω_2 表示事件“第二次取出的卡片上的数字为 1”, Ω_3 表示事件“两次取出的卡片上的数字之和为 6”, Ω_4 表示事件“两次取出的卡片上的数字之和为 7”, 则
- A. Ω_1 与 Ω_4 相互独立
B. Ω_1 与 Ω_3 相互独立
C. Ω_2 与 Ω_4 相互独立
D. Ω_3 与 Ω_4 相互独立

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 已知甲组样本数据为 1, 2, 2, 7, 8, 10, 乙组样本数据为 3, 3, 5, 6, 9, 10, 则
- A. 甲组样本数据的平均数大于乙组样本数据的平均数
B. 甲组样本数据的极差大于乙组样本数据的极差
C. 甲组样本数据的方差大于乙组样本数据的方差
D. 甲组样本数据的第 75 百分位数大于乙组数据的第 75 百分位数

10. 设向量 $a = (7, -1)$, $b = (2, -1)$, 下列结论正确的是

- A. $|a| = 50$
B. $(a - 3b) \perp b$
C. a 与 b 夹角的余弦值为 $\frac{3\sqrt{10}}{10}$

D. a 在 b 方向上的投影向量的坐标为 $(6, -3)$

11. 已知点 $A(0, 5)$, $B(-5, 0)$, 动点 P 在圆 $C: (x+3)^2 + (y-4)^2 = 8$ 上, 则

- A. 直线 AB 截圆 C 所得的弦长为 $\sqrt{6}$
B. $\triangle PAB$ 的面积的最大值为 15
C. 满足到直线 AB 的距离为 $\sqrt{2}$ 的 P 点位置共有 3 个
D. $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$ 的取值范围为 $[-2 - 4\sqrt{5}, -2 + 4\sqrt{5}]$

12. 正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AB = AA_1 = 2$, D, E, F 分别为 AA_1, BB_1, CC_1 的中点, P 为棱 CC_1 上的动点, 则

- A. 平面 $AB_1F \perp$ 平面 ABB_1A_1
B. 点 B_1 到平面 BCD 的距离为 $2\sqrt{3}$
C. DB_1 与 DP 所成角的余弦值的取值范围为 $[\frac{1}{5}, \frac{3}{5}]$

D. 以 F 为球心, $\frac{\sqrt{39}}{3}$ 为半径的球面与侧面 ABB_1A_1 的交线长为 $\frac{4\sqrt{3}\pi}{9}$

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡中的横线上.

13. 若 $f(x)$ 为奇函数, 当 $x > 0$ 时, $f(x) = 2x^3 + 1$, 则 $f(-2) = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 若抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 的准线方程为 $x = -2$, 过焦点 F 且斜率为 $\sqrt{2}$ 的直线交抛物线于 A, B 两点, 则 $|AB| = \underline{\hspace{2cm}}$.

15. 函数 $f(x) = \frac{3 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x} + 3 \tan^4 x + 4 \tan^2 x + 1$ 的最小值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

16. 在首项为 1 的数列 $\{a_n\}$ 中, $a_{n+1} - a_n = (-\frac{1}{2})^n$, 若存在 $n \in \mathbb{N}^*$, 使得不等式 $(t - a_n)(t + a_{n+3}) > 0$ 成立, 则 t 的取值范围为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

四、解答题:本题共 6 小题,共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

已知 $\{a_n\}$ 是公差不为 0 的等差数列,且 a_1, a_3, a_{13} 成等比数列, $a_2 = 3$, 数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n .

(1) 求 S_n ;

(2) 设数列 $\left\{\sqrt{\frac{1}{S_n S_{n+1}}}\right\}$ 的前 n 项和为 T_n , 证明: $T_n < 1$.

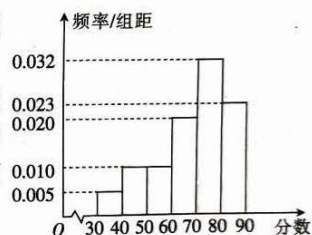
18. (12 分)

某市为提高市民对文明城市创建的认识,举办了“创建文明城市”知识竞赛,从所有答卷中随机抽取 100 份作为样本,将 100 个样本数据按 $[30, 40), [40, 50), [50, 60), [60, 70), [70, 80), [80, 90]$ 分成 6 组,并整理得到如下频率分布直方图:

(1) 请通过频率分布直方图估计这 100 份样本数据的平均值

(同一组中的数据用该组区间的中点值作代表);

(2) 以样本频率估计概率,若竞赛成绩不低于 60 分,则被认定为成绩合格,低于 60 分说明成绩不合格.从参加知识竞赛的市民中随机抽取 5 人,用 X 表示成绩合格的人数,求 X 的分布列及数学期望.



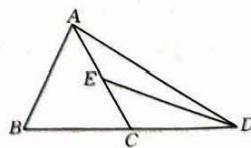
19. (12 分)

如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = \frac{\pi}{3}$, D 在线段 BC 的延长线上, E 为 AC 上的点,且 $AE = 1$, AD

$= \sqrt{7}$, $\angle CED = \frac{\pi}{6}$.

(1) 求 DE 的长;

(2) 若 $CD = \frac{3}{2}$, 求 $\cos \angle B$.

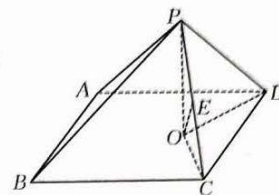


20. (12分)

如图,在四棱锥 $P-ABCD$ 中,底面 $ABCD$ 为矩形, $PO \perp$ 平面 $ABCD$,垂足为 O , E 为 PC 的中点, $OE \parallel$ 平面 PAD .

(1)证明: $PC=PD$;

(2)若 $AD=2AB=4$, $OC \perp OD$, PC 与平面 $ABCD$ 所成的角为 60° ,求平面 PBC 与平面 PCD 夹角的余弦值.



21. (12分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的长轴长是短轴长的 3 倍,且椭圆 C 经过点 $(1, \frac{2\sqrt{2}}{3})$.

(1)求椭圆 C 的方程;

(2)设 A 是椭圆 C 的右顶点, P, Q 是椭圆 C 上不同的两点,直线 AP, AQ 的斜率分别为 k_1, k_2 ,且 $k_1 k_2 = \frac{1}{3}$. 过 A 作 $AB \perp PQ$,垂足为 B ,试问是否存在定点 M ,使得线段 BM 的长度为定值? 若存在,求出该定点,若不存在,请说明理由.

22. (12分)

已知函数 $f(x) = \frac{a}{x^2} + 2 \ln x$.

(1)求 $f(x)$ 的单调性;

(2)若 $f(x)$ 有两个不相同的零点 x_1, x_2 ,设 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$. 证明: $x_1 f'(x_1) + x_2 f'(x_2) > 4 \ln \frac{a}{2} + 4$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

