

## 高三年级教学质量监测 数学(理科)

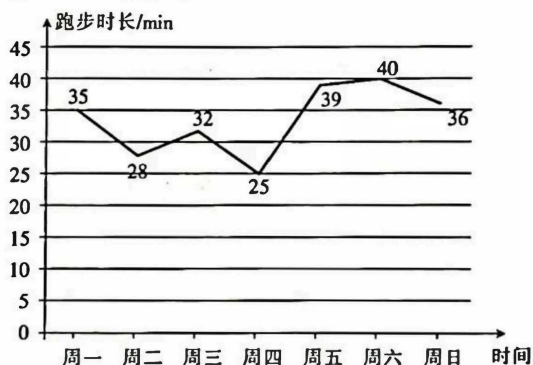
考生注意:

1. 本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,共 150 分。考试时间 120 分钟。
2. 请将各题答案填写在答题卡上。
3. 本试卷主要考试内容:高考全部内容。

### 第 I 卷

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1.  $(1-i)^2(1+i) =$   
 A. 0  
 B.  $-2-2i$   
 C.  $2-2i$   
 D.  $2+2i$
2. 已知集合  $A = \{x | \log_3(4-x) < 1\}$ ,  $B = \{x | x < 2\}$ , 则  $A \cup B =$   
 A.  $(-\infty, 2) \cup (3, 4)$   
 B.  $\emptyset$   
 C.  $(1, 2)$   
 D.  $(-\infty, 4)$
3. 跑步是一项健康的运动,可以让我们的身体更加强壮。某跑步爱好者坚持每天跑步,如图,这是该跑步爱好者某周跑步时长的折线图。

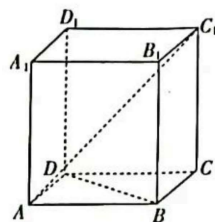


该跑步爱好者这周跑步时长的中位数是

- A. 25
  - B. 35
  - C. 37.5
  - D. 39
4. 已知抛物线  $C: y^2 = 4x$  的焦点为  $F$ , 点  $A(m, n)$  在  $C$  上, 且  $|AF| = 3$ , 则  $m+n^2 =$   
 A. 8  
 B. 10  
 C. 11  
 D. 15
  5. 已知  $f(x) = \log_3(x + \sqrt{x^2 + 9}) + a$  ( $a \in \mathbf{R}$ ) 是奇函数, 则  $f(a+5) =$   
 A. -1  
 B. 1  
 C. -2  
 D. 2
  6. 设数列  $\{a_n\}$  是递增的等比数列, 公比为  $q$ , 前  $n$  项和为  $S_n$ . 若  $a_2 + a_4 = 10$ ,  $qS_3 = 14$ , 则  $S_5 =$   
 A. 31  
 B. 32  
 C. 63  
 D. 64

【★高三数学 第 1 页(共 4 页)理科★】

7. 如图, 在长方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中,  $AB=8, AD=6$ , 异面直线  $BD$  与  $AC_1$  所成角的余弦值为  $\frac{\sqrt{7}}{10}$ , 则  $CC_1 =$



- A.  $\sqrt{3}$   
B.  $2\sqrt{2}$   
C.  $2\sqrt{3}$   
D.  $3\sqrt{2}$

8. 在  $\triangle ABC$  中,  $D$  在  $BC$  上, 且  $\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{DC}$ ,  $E$  在  $AD$  上, 且  $\overrightarrow{AD} = 4\overrightarrow{AE}$ . 若  $\overrightarrow{BE} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ , 则  $x+y =$

- A.  $\frac{13}{12}$                       B.  $\frac{3}{4}$                       C.  $-\frac{3}{4}$                       D.  $-\frac{13}{12}$

9. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} 3x^2 - 12x + 12, & x \geq 1, \\ |3^x - 1|, & x < 1, \end{cases}$  若  $f(x_1) = f(x_2) = f(x_3) = f(x_4) = t$ , 且  $x_1 \neq x_2 \neq x_3 \neq x_4$ , 则  $t$  的取值范围是

- A.  $(0, 1)$                       B.  $(0, 2)$                       C.  $(0, 3)$                       D.  $(1, 3)$

10. 已知  $\varphi$  为第一象限角, 若函数  $f(x) = 2\cos(x-\varphi) + \cos x$  的最大值是  $\sqrt{6}$ , 则  $f(\frac{\pi}{3}) =$

- A.  $\frac{1-3\sqrt{5}}{4}$                       B.  $\frac{1+3\sqrt{5}}{4}$                       C.  $\frac{3-3\sqrt{5}}{4}$                       D.  $\frac{3+3\sqrt{5}}{4}$

11. 已知  $\triangle ABC$  是边长为 8 的正三角形,  $D$  是  $AC$  的中点, 沿  $BD$  将  $\triangle BCD$  折起使得二面角  $A-BD-C$  为  $\frac{\pi}{3}$ , 则三棱锥  $C-ABD$  外接球的表面积为

- A.  $52\pi$                       B.  $\frac{52}{3}\pi$                       C.  $\frac{208}{3}\pi$                       D.  $\frac{103}{3}\pi$

12. 若函数  $f(x), g(x)$  的导函数都存在,  $f'(x)[g(x)+1] + f(x)g'(x) > 4x^3$  恒成立, 且  $f(1) = g(1) = 1$ , 则必有

- A.  $f(2)g(2) < 16$                       B.  $f(2)[g(2)+1] < 17$   
C.  $f(2)g(2) > 16$                       D.  $f(2)[g(2)+1] > 17$

## 第 II 卷

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13.  $(3x - \frac{1}{\sqrt{x}})^8$  展开式的系数之和是  $\blacktriangle$ . (用数字作答)

14. 设公差为零的等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 若  $S_{13} = 65$ , 则  $2a_5 - a_3 = \blacktriangle$ .

15. 某企业举办职工技能大赛, 经过层层选拔, 最终  $A, B$  等 5 名职工进入决赛. 假设这 5 名职工的水平相当, 则  $A, B$  两人中至少有 1 人进入前 3 名的概率是  $\blacktriangle$ .

16. 已知双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的左顶点为  $A, F(c, 0)$  是双曲线  $C$  的右焦点, 点  $P$  在直线  $x = 2c$  上, 且  $\tan \angle APF$  的最大值是  $\frac{\sqrt{6}}{6}$ , 则双曲线  $C$  的离心率是  $\blacktriangle$ .

【★高三数学 第 2 页 (共 4 页) 理科★】

三、解答题:共 70 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤. 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22, 23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一)必考题:共 60 分.

17. (12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 内角  $A, B, C$  的对边分别是  $a, b, c$ , 且  $\cos C = -\frac{1}{4}, c = 2a$ .

- (1)求  $\sin A$  的值;
- (2)若 $\triangle ABC$ 的周长为 18, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

18. (12 分)

中医学是中国古代科学的瑰宝, 也是打开中华文明宝库的钥匙. 为了调查某地市民对中医药文化的了解程度, 某学习小组随机向该地 100 位不同年龄段的市民发放了有关中医药文化的调查问卷, 得到的数据如下表所示:

人数 年龄 段 \ 成绩	[0, 20)	[20, 40)	[40, 60)	[60, 80)	[80, 100]
31 岁~40 岁	4	8	13	9	6
41 岁~50 岁	2	8	10	22	18

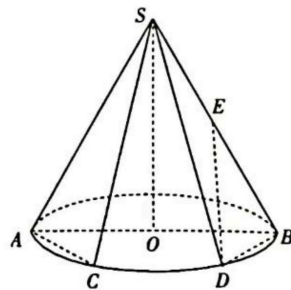
规定成绩在 $[0, 60)$ 内代表对中医药文化了解程度低, 成绩在 $[60, 100]$ 内代表对中医药文化了解程度高.

- (1)从这 100 位市民中随机抽取 1 人, 求抽到对中医药文化了解程度高的市民的频率;
- (2)将频率视为概率, 现从该地 41 岁~50 岁年龄段的市民中随机抽取 3 人, 记  $X$  为对中医药文化了解程度高的人数, 求  $X$  的分布列和期望.

19. (12 分)

如图, 在圆锥  $SO$  中,  $AB$  是圆  $O$  的直径, 且 $\triangle SAB$ 是边长为 4 的等边三角形,  $C, D$  为圆弧  $AB$  的两个三等分点,  $E$  是  $SB$  的中点.

- (1)证明:  $DE \parallel$  平面  $SAC$ .
- (2)求平面  $SAC$  与平面  $SBD$  所成锐二面角的余弦值.



20. (12分)

已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的离心率是  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ , 点  $P(3, 0)$  在椭圆  $C$  上.

(1) 求椭圆  $C$  的标准方程.

(2) 直线  $l$  与椭圆  $C$  交于  $A, B$  (异于点  $P$ ) 两点, 记直线  $PA, PB$  的斜率分别为  $k_1, k_2, k_1 k_2 = \frac{1}{4}$ , 试问直线  $l$  是否恒过定点? 若是, 求出该定点坐标; 若不是, 请说明理由.

21. (12分)

已知函数  $f(x) = \frac{\ln x + a}{x}, x \in [1, +\infty)$ .

(1) 讨论  $f(x)$  的单调性.

(2) 是否存在两个正整数  $x_1, x_2$ , 使得当  $x_1 > x_2$  时,  $(x_1 - x_2)^{x_1 x_2} = x_1^{x_2} x_2^{x_1}$ ? 若存在, 求出所有满足条件的  $x_1, x_2$  的值; 若不存在, 请说明理由.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生从第 22, 23 两题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一个题目计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10分)

在平面直角坐标系  $xOy$  中, 直线  $l$  的参数方程为  $\begin{cases} x = 1 + \sqrt{3}t, \\ y = t \end{cases}$  ( $t$  为参数), 以坐标原点  $O$  为

极点,  $x$  轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 圆  $C$  的极坐标方程是  $\rho^2 + 4\rho \cos \theta - 2\sqrt{3}\rho \sin \theta + 3 = 0$ .

(1) 求直线  $l$  的普通方程和圆  $C$  的直角坐标方程;

(2)  $P$  是圆  $C$  上的动点, 求点  $P$  到直线  $l$  的距离的最大值.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10分)

已知函数  $f(x) = |x - 2| + |2x + a|$ .

(1) 若  $a = -4$ , 求不等式  $f(x) \geq 3x$  的解集;

(2) 若  $a = 4$ , 求  $f(x)$  的最小值.



## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信信号：**zizzsw**。

