学校________ 班级________ 姓名________ 考号________ 座位号________

密 封 线 内 不 要 答 题

2024年全国高考·仿真模拟卷(四)

数 学

注意事项：

1. 本试卷满分150分，考试时间120分钟。
2. 答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡的相应位置。
3. 全部答案在答题卡上完成，答在本试题卷上无效。
4. 回答选择题时，选出每小题答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。
5. 考试结束后，将本试题卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A=\{x|x=\frac{1}{2}+2k,k\in\mathbf{Z}\}$，$B=\{x|3x^2-14x-5\leqslant0\}$，则集合 $A\cap B$ 的元素个数为

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

2. 已知 $z=\dfrac{\frac{1}{2}-\mathrm{i}}{\mathrm{i}^2-\mathrm{i}^3}$，则 $(\frac{3}{4}+\bar{z})^2=$

A. $-\frac{1}{16}$　　B. $-\frac{\mathrm{i}}{16}$　　C. $\frac{1}{16}$　　D. $\frac{\mathrm{i}}{16}$

3. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(2,1)$，$|\boldsymbol{a}|=\frac{\sqrt{2}}{2}|\boldsymbol{b}|$，若 $(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})\perp(-3\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$，则 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=$

A. -2　　B. -1　　C. 0　　D. 1

4. 设椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{2}=1(a>2)$ 与直线 $\sqrt{2}x-ay-\sqrt{2}a=0$ 相交，弦长为 $2\sqrt{2}$，则椭圆的离心率 $e=$

A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$　　B. $\frac{2}{3}$　　C. $\frac{\sqrt{5}}{3}$　　D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

5. 若函数 $f(x)=\frac{\cos x+a}{e^x}$ 在 $x=\frac{\pi}{2}$ 处取得极值，则实数 $a=$

A. 1　　B. -1　　C. 2　　D. -2

6. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $\frac{a_{n+1}}{n+1}+\frac{2a_n}{n}=3$，若 $a_1=2$，则 $a_5=$

A. 85　　B. -90

C. 198　　D. -520

7. $\forall x\in\mathbf{R}$，函数 $f(x+1)$ 是偶函数，$f(x+4)+f(-x)=4$. 当 $0<x\leqslant1$ 时，$f(x)=1-2^x$. 设 $a=f(1)$，$b=f(3)$，$c=f(\frac{2\,023}{4})$，则 a,b,c 的大小关系为

A. $b>a>c$　　B. $a>b>c$

C. $b>c>a$　　D. $a>c>b$

8. 已知在平面直角坐标系中，$P(m,n)$，$Q(2,3)$，实数 m,n 满足 $(m-2)^2+2(m-2)(n-3)-3(n-3)^2=16$，则 $|PQ|$ 的最小值是

A. $4\sqrt{5}$　　B. $\sqrt{4\sqrt{5}+4}$　　C. $4\sqrt{5}+4$　　D. $2\sqrt{5}$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9. 经统计，得到近三年某城市每月出生的新生儿数量的频数分布表，部分数据如下，则下列说法正确的有

分组	[1 000,1 200)	[1 200,1 400)	[1 400,1 600)	[1 600,1 800)	[1 800,2 000)	[2 000,2 200]
频数	4	6	11	7	5	3

A. 该城市每月新生儿数量的极差一定为 1 200

B. 估计该城市每月新生儿数量在[1 400,1 800)的频率为 0.5

C. 估计该城市每月新生儿数量的第 80%分位数为 1 832

D. 估计该城市每月新生儿数量的平均人数为 1 456

10. 已知圆 $M:(x-6)^2+y^2=36$ 和 $N:(x-8)^2+(y-8)^2=100$ 的公共弦为 AB，若一动点 P(不与 A、B 重合)在两圆上运动，则

A. 直线 AB 的方程为 $x+4y-7=0$

B. 直线 MN 的方程为 $4x-y-24=0$

C. 点 P 到直线 AB 距离的取值范围为 $(0,18]$

D. 点 P 到直线 AB 距离最大时，$\cos\angle APB=\dfrac{33\sqrt{17}}{340}$

11. 定义一个非零实数的一种新运算：$x\odot x=\begin{cases}x-\dfrac{1}{x},\lg|x|\leqslant 0\\ x+\dfrac{1}{x},\lg|x|>0\end{cases}$，则对于两个非零实数 $a,b(a\neq b)$，下列结论一定成立的是

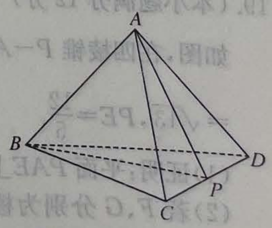
A. $\exists\mu\in\mathbf{N}^*,a\in(\dfrac{1}{4},1]$，使得 $[(\mu+1)^2a]\odot[(\mu+1)^2a]=(\mu+1)^2(a\odot a)$

B. 若 $a\odot a=2$，则 $a=1-\sqrt{2}$

C. 存在正数 a,b，使得 $a\odot a+b\odot b=0$

D. $(a+b)\odot(a+b)=a\odot a+b\odot b$

12. 在正三棱锥 $A-BCD$ 中，$AB=BC=6$，P 为棱 CD 上一动点(不与 C、D 重合)，则



A. 三棱锥 $A-BCD$ 的体积为 $18\sqrt{2}$

B. 当 $\overrightarrow{CP}+2\overrightarrow{DP}=\mathbf{0}$ 时，$BP=9$

C. 当 $|\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{BP}|:|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{2}:1$ 时，$AP\perp CD$

D. 存在点 P，使得 $AP\perp BD$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 某汉堡店有 3 款汉堡，4 款小食，3 款饮料，可从中选择 4 款进行套餐搭配，若顾客只能选 1 款饮料，且在汉堡和小食中，每样至少选 1 款，则顾客可选的套餐共有________种.(用数字作答)

14. 在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，底面△ABC 的面积为 $\frac{9\sqrt{3}}{4}$，又底面△ABC 的面积与正三棱柱表面积的比值为 $\frac{1}{6}$，则该棱柱外接球的表面积为________.

15. 已知函数 $f(x)=\cos(\omega x+\varphi)+B(\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2})$，若 $x=\frac{1}{3}$ 时，函数取得最小值 $-\frac{3}{2}$，且相邻两条对称轴之间的距离为 $\frac{1}{2}$，则 $f(\frac{2\ 023}{4})=$________.

16. 已知过抛物线 $C:y^2=-2px(p>0)$ 焦点 F 的一条直线，交抛物线于 A、B 两点，两点分别位于第二、三象限，且倾斜角为 $\theta(\theta<\frac{\pi}{2}$，且 $\tan\theta>2)$，过点 $M(0,p)$ 向直线 AB 作垂线，垂足为 N，若 $|MN|\cdot|BF|-|MN|\cdot|AF|$ 的最大值为 2，则 $p=$________.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（本小题满分 10 分）

已知在△ABC 中，$\sqrt{2}b\cos(A-C)+\sqrt{2}c\cos B\cos A=a(1+\sqrt{2}\sin B\sin C)$.

(1)求 A；

(2)$a=\sqrt{6}$，试求△ABC 面积的最大值.

18.（本小题满分 12 分）

记 S_n，T_n 分别为数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$的前 n 项和，已知 $a_1>0$，$3a_1+a_2-a_3=0$，$S_1=S_7$. $\frac{a_{2n+2}}{a_{2n+1}}=\frac{4a_{2n-1}}{a_{2n}}$，$a_{2n-1}a_{2n+1}=b_{11}-T_3$，等差数列$\{b_n\}$满足 $b_7+b_8=\frac{17}{3}$，$T_{14}-T_7=28$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式；

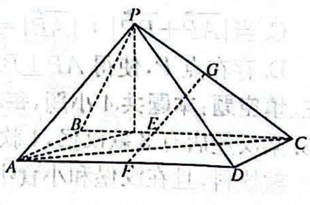
(2)求 $S_{2n}+S_{2n-1}+T_n$ 的最小值.

19.（本小题满分 12 分）

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为矩形，$BP\perp PC$，$AB=2$，$BP=3$，$BE=\frac{9}{5}$，$AP=\sqrt{13}$，$PE=\frac{12}{5}$.

(1)证明：平面 $PAE\perp$平面 $ABCD$；

(2)若 F、G 分别为棱 AD、PC 的中点，求直线 FG 与平面 PAC 所成的角 θ 的正弦值.



20.(本小题满分 12 分)

某市西游记主题乐园为吸引游客,发起了一项"通关文牒"体验活动.全园共有四个关卡,每个关卡通过可获得通关文牒一份(每个关卡是否通过互不影响),一同学参与了该主题乐园的体验活动,假设他连续通过前两个关卡的概率为$\frac{4}{9}$,连续通过前三个关卡的概率为$\frac{2}{9}$,连续通过后两个关卡的概率为$\frac{1}{5}$,只通过了后两个关卡的概率为$\frac{1}{45}$.

(1)求该同学至少获得三份通关文牒的概率;

(2)设该同学经过前三关获得的通关文牒的份数为 X,求 X 的分布列和期望.

21.(本小题满分 12 分)

已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的离心率为$\frac{\sqrt{5}}{2}$,经过点 $P_1(4,1)$,$P_2(-4,-1)$.

(1)求双曲线 C 的方程;

(2)若直线 $l:x+3y+m=0$ 与双曲线 C 相交于 A、B 两点,已知点 A、B 分别位于第二、四象限,求四边形 AP_1BP_2 面积的最小值.

22.(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=(m+1)x$,$g(x)=\ln x$,$m\in\mathbf{R}$.

(1)若 $x\in(0,+\infty)$时,$f(x)\leqslant g(x)$有解,求实数 m 的取值范围;

(2)若 $x\in(0,+\infty)$时,$f(x)-g(x)\geqslant n(n\in\mathbf{R})$恒成立,求 $n-m^2-m$ 的最大值.

密 封 线 内 不 要 答 题

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。