绝密★启用前

河北省2024届高三年级测评

数 学

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、班级和考号填写在答题卡上。

2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知复数 $z=\frac{i-3}{i+1}$，则 z 的虚部是

A. -1　　B. $-i$　　C. 2　　D. $2i$

2. 已知集合 $A=\{x \mid y=\ln(-x^2+x+2)\}$，$B=\{x \mid x^2+2x-3<0\}$，则 $A\cap B=$

A. $(-1,2)$　　B. $(-3,1)$　　C. $(-3,-1)$　　D. $(-1,1)$

3. 已知命题 p：$\boldsymbol{m}=(a,a^2)$，$\boldsymbol{n}=(1,2)$，$\boldsymbol{m}$ 与 $\boldsymbol{n}$ 共线，命题 q：$a=2$，则 p 是 q 的

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

4. 新高考在赋分时，先根据考生原始分划定等级，再根据该等级下考生原始分数的排名进行赋分(赋分均为整数)，某校在高三年级某次化学模拟考试中对全校1 000人进行赋分，一同学该科目全校排名300名，则其赋分为(保留整数)

等级	A	B	C	D	E
比例	15%	35%	35%	13%	2%
赋分区间	100—86	85—71	70—56	55—41	40—30

A. 80　　B. 79　　C. 78　　D. 77

5. 已知函数 $f(x)=\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$，将 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位后可以得到 $g(x)$ 的图象，则 $f(x)+g(x)$ 的最大值为

A. 2　　B. $\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{3}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

6. 已知函数 $f(x)$ 满足：$\forall x,y\in\mathbf{Z}$，$f(x+y)=f(x)+f(y)+2xy+1$ 成立，且 $f(-2)=1$，则 $f(2n)(n\in\mathbf{N}^*)=$

A. $4n+6$　　B. $8n-1$　　C. $4n^2+2n-1$　　D. $8n^2+2n-5$

7. 已知抛物线 $C:y^2=4x$，M 是直线 $y=x+4$ 上的一个动点，过 M 作抛物线 C 的两条切线，切点分别为 A,B，若 H 为圆 $N:(x-3)^2+(y-4)^2=5$ 上的动点，则点 H 到直线 AB 距离的最大值为

A. $\sqrt{5}$　　B. 5　　C. 2　　D. $2\sqrt{5}$

8. 已知函数 $f(x)=e^x+a\ln\frac{1}{ax+a}-a(a>0)$，若 $f(x)>0$ 恒成立，则 a 的取值范围是

A. $(0,1)$　　B. $(1,+\infty)$

C. $[1,+\infty)$　　D. $(0,1]$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9. 已知双曲线 $C:\frac{x^2}{m^2+3}-\frac{y^2}{m^2}=1(m>0)$ 的渐近线方程为 $y=\pm\frac{1}{2}x$，则下列结论正确的是

A. $m=1$　　B. C 的离心率为 $\sqrt{5}$

C. 曲线 $y=\ln(x-1)$ 经过 C 的一个顶点　　D. $y^2-\frac{x^2}{4}=1$ 与 C 有相同的渐近线

10. 已知数列 $\{a_n\}$ 为等差数列，公差为 d；数列 $\{b_n\}$ 为等比数列，公比为 q，则下列说法正确的是

A. 存在 d 和 q，使得 $a_n=b_n$

B. 若 S_n 为 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，则 $S_n,S_{2n}-S_n,S_{3n}-S_{2n},\cdots$ 成等差数列

C. 若 T_n 为 $\{b_n\}$ 的前 n 项和，则 $T_n,T_{2n}-T_n,T_{3n}-T_{2n},\cdots$ 成等比数列

D. 当 $b_n>0$ 时，存在实数 A、a 使得 $A\cdot a^{a_n}=b_n$

11. 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，已知 $AB=AC=2$，$AB\perp AC$，下列说法正确的是

A. 平面 $A_1B_1C\perp$ 平面 ACC_1A_1

B. 若 $AA_1=1$，则 AA_1 与平面 ABC_1 所成角的余弦值为 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

C. 若 $AA_1=2$，设 K 为 BC_1 的中点，则平面 $A_1B_1K\perp$ 平面 ABC_1

D. 无论 AA_1 取任何值，BC_1 不会垂直于 AC

12. 在△ABC 中，角 A、B、C 的对边分别为 a、b、c，且 $a=2$，$\sin B=\sqrt{3}\sin C$，则以下四个命题中正确的是

A. 满足条件的△ABC 不可能是直角三角形

B. △ABC 面积的最大值为 $\sqrt{3}$

C. 当 $A=C$ 时，△ABC 的内切圆的半径为 $2\sqrt{3}-3$

D. 若△ABC 为锐角三角形，则 $c\in(1,\sqrt{3})$

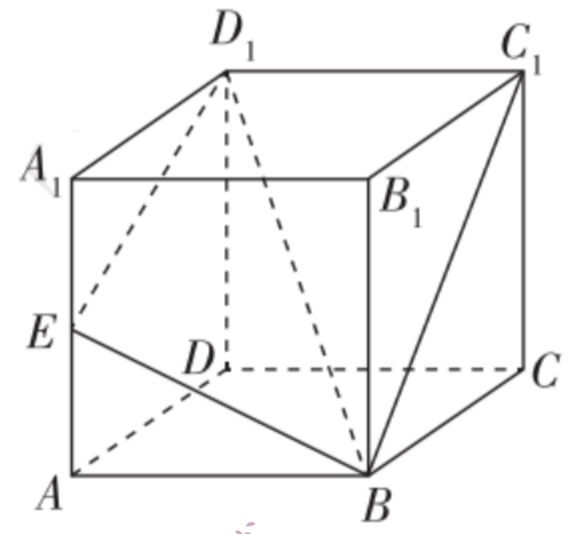
三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. $(x^2+1)(2x+1)^3$ 展开式中 x^3 项的系数为________.

14. 已知 $\cos\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)=-\frac{1}{3}$，则 $\frac{\sin 2\alpha-2\sin^2\alpha}{\sqrt{1-\cos 2\alpha}}=$________

15. 已知 $f_1(x)=f(x)$，$f_2(x)=f'_1(x)$，$f_3(x)=f'_2(x)$，$\cdots$，$f_{n+1}(x)=f'_n(x)$，$n\in\mathbf{N}$，例如 $f_1(x)=\sin x$，则 $f_2(x)=\cos x$，$f_3(x)=-\sin x$，$f_4(x)=-\cos x$，$\cdots$. 若 $f(x)=e^{\cos x}+e^{-\cos x}$，则 $f_{[illegible]}(2\pi)=$_

16. 如图，在棱长为 8 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E 是棱 AA_1 上的一个动点，给出下列三个结论：①若 F 为 BD_1 上的动点，则 EF 的最小值为 $4\sqrt{2}$；②D 到平面 BED_1 的距离的最大值为 $\frac{8\sqrt{6}}{3}$；③M 为 BC 的中点，P 为空间中一点，且 PD 与平面 $ABCD$ 所成的角为 $30°$，PM 与平面 $ABCD$ 所成的角为 $60°$，则 P 在平面 $ABCD$ 上射影的轨迹长度为 $3\sqrt{5}\pi$. 其中所有正确结论的序号是________.



四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（本小题满分 10 分）已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，若 $a_5=5$，$S_7=28$.

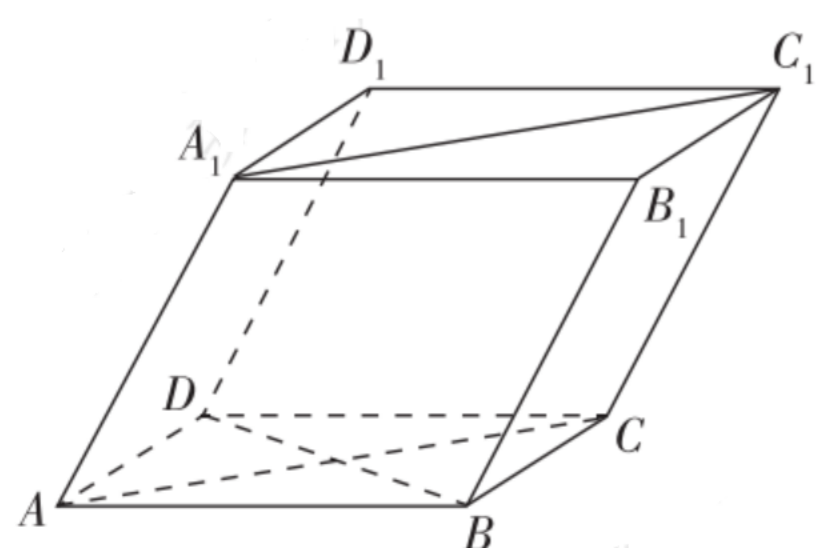
(1)求$\{a_n\}$的通项公式；

(2)若数列$\{b_n\}$的前 n 项和 $T_n=2^n$，求数列$\{a_n\cdot b_n\}$的前 n 项和.

18.（本小题满分 12 分）在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，已知 $A_1A=AB=AD=2$，$\angle A_1AB=\angle A_1AD$.

(1)证明 $BD\perp$平面 A_1ACC_1；

(2)当三棱锥 $A-B_1CD_1$ 体积最大时，求二面角 D_1-AC-B_1 的余弦值.



19.（本小题满分 12 分）2023 年第 19 届亚运会在中国浙江杭州举行，杭州亚运会以“中国新时代 杭州新亚运”为定位、“中国特色、浙江风采、杭州韵味、精彩纷呈”为目标，秉持“绿色、智能、节俭、文明”的办会理念，坚持“以杭州为主、浙江全省共享”的办赛原则. 会前，为喜迎亚运，某商场组织了“文明迎亚运”知识竞赛活动. 每名参赛者需要回答 A、B、C 三道题目，通过答题获得积分，进而获得相应的礼品. 每题答错得 0 分，答对 A 题目得 1 分，答对 B、C 题目分别得 2 分. 每名参赛者的最后得分为每题得分的累积得分. 已知一名参赛者答对 A 题目的概率为 $\frac{2}{3}$，答

对 B、C 题目的概率均为$\frac{1}{3}$，并且每题答对与否相互独立.

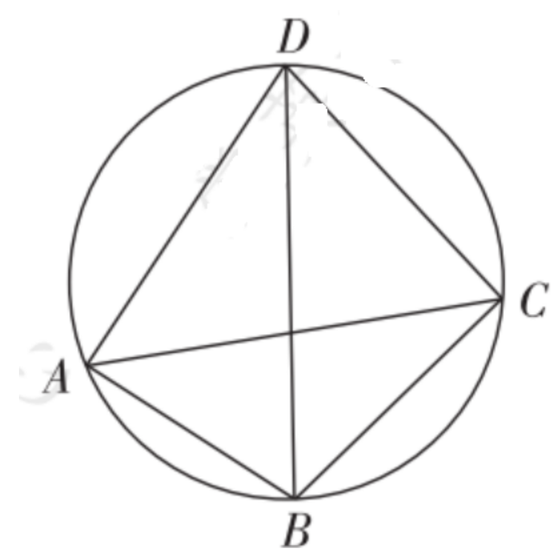
(1)求该名参赛者恰好答对两道题目的概率；

(2)求该名参赛者最终累积得分的分布列和数学期望.

20.(本小题满分 12 分)在圆内接四边形 $ABCD$ 中，已知 $AB=2$，$AD=3$，AC 平分$\angle BAD$.

(1)若 $BC=2$，求 BD 的长度；

(2)求 $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}$ 的值.



21.(本小题满分 12 分)已知动点 M 在 $x^2+y^2=4$ 上，过 M 作 x 轴的垂线，垂足为 N，若 H 为 MN 中点.

(1)求点 H 的轨迹方程；

(2)过 $A\left(0,\frac{1}{2}\right)$作直线 l 交 H 的轨迹于 P、Q 两点，并且交 x 轴于 B 点.若 $\overrightarrow{PA}=\lambda\overrightarrow{PB}$、$\overrightarrow{QA}=\mu\overrightarrow{QB}$，求证：$\frac{1}{\lambda}+\frac{1}{\mu}$为定值.

22.(本小题满分 12 分)已知函数 $f(x)=x\ln x+a(x^3-x)$.

(1)讨论$\frac{f(x)}{x}$的单调性；

(2)已知 $g(x)=2x-e^{x-1}-1$，若 $f(x)\geqslant g(x)$恒成立，求 a 的值.