

许济洛平 2023—2024 学年高三第二次质量检测

数 学

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

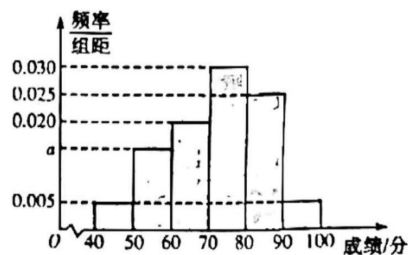
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一个选项是符合题目要求的。

1. 若复数 z 满足 $|1-i| \cdot z = 1-2i$, 则 z 的共轭复数 \bar{z} 在复平面内对应的点位于
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

2. 已知集合 $A = \{x | \ln(x+1) \leq 0\}$, $B = \{x | \frac{x+1}{1-x} \geq 0\}$, 则 $A \cap B =$
A. $[-1, 0]$ B. $(-1, 0]$ C. $[-1, 0)$ D. $(-1, 0)$

3. 为更好地满足民众个性化、多元化、便利化的消费需求,丰富购物体验 and 休闲业态,某市积极打造夜间经济。为不断创优夜间经济发展环境、推动消费升级,有关部门对某热门夜市开展“服务满意度调查”,随机选取了 100 名顾客进行问卷调查,对夜市服务进行评分(满分 100 分),根据评分情况绘制了如图所示的频率分布直方图,估计这组数据的第 55 百分位数为



A. 65 B. 72 C. 72.5 D. 75

4. 已知圆 $O: x^2 + y^2 = 1$ 与 x 轴交于 A, B 两点,点 M 是直线 $x + ty + 3 = 0$ 上任意一点.

设 $p: \angle AMB < \frac{\pi}{2}$; $q: -3 < t < 3$, 则 p 是 q 的

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

5. 已知 $\cos \alpha + \sqrt{3} \sin \alpha = \frac{2\sqrt{6}}{3}$, 则 $\cos(2\alpha + \frac{\pi}{3}) =$

A. $-\frac{2}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $-\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{3}$

6. 斜率为 1 的直线 l 过抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点 F , 且与 C 相交于 A, B 两点, O 为坐标原点, 若 $\triangle OAB$ 的面积是 $2\sqrt{2}$, 则 $|AB| =$

A. 4 B. 8 C. 12 D. 16

考号

姓名

班级

学校

县区

题 答 要 不 内 线 封 密

7. 设 $a = \ln 1.01$, $b = 1.01$, $c = e^{0.01}$, 其中 e 为自然对数的底数, 则
 A. $a > c > b$ B. $b > c > a$ C. $b > a > c$ D. $c > b > a$
8. 小明参加答题闯关游戏, 答题时小明可以从 A, B, C 三块题板中任选一个进行答题, 答对则闯关成功. 已知他选中 A, B, C 三块题板的概率分别为 $0.2, 0.3, 0.5$, 且他答对 A, B, C 三块题板中题目的概率依次为 $0.91, 0.92, 0.93$. 则小明闯关失败的概率是
 A. 0.24 B. 0.14 C. 0.077 D. 0.067

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求, 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 已知函数 $f(x) = \sin(2\omega x + \frac{\pi}{3})$ 的图象的一个对称中心为 $(-\frac{\pi}{6}, 0)$, 其中 $\omega \in (0, 1]$, 则
 A. 直线 $x = \frac{\pi}{12}$ 为函数 $f(x)$ 的图象的一条对称轴
 B. 函数 $f(x)$ 的单调递增区间为 $[2k\pi - \frac{5\pi}{6}, 2k\pi + \frac{\pi}{12}]$, $k \in \mathbb{Z}$
 C. 当 $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$ 时, 函数 $f(x)$ 的值域为 $[-\frac{\sqrt{3}}{2}, 1]$
 D. 将函数 $y = \sin 2x$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后得到函数 $f(x)$ 的图象

10. 大衍数列, 来源于《乾坤谱》中对《易传》“大衍之数五十”的推论, 主要用于解释中国传统文化中的太极衍生原理, 大衍数列中的每一项都代表太极衍生过程中, 曾经经历过的两仪数量的总和. 大衍数列从第一项起依次为 $0, 2, 4, 8, 12, 18, 24, 32, 40, 50, \dots$. 记大衍

数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 其通项公式 $a_n = \begin{cases} \frac{n^2-1}{2}, & n \text{ 为奇数,} \\ \frac{n^2}{2}, & n \text{ 为偶数.} \end{cases}$ 则

- A. 84 是数列 $\{a_n\}$ 中的项 B. $a_2 + a_4 + \dots + a_{14} + a_{16} = 408$
 C. $\frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \frac{1}{a_5} + \frac{1}{a_7} + \dots + \frac{1}{a_{2023}} = \frac{1011}{2024}$ D. $S_{30} = 21450$

参考公式: $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

11. 在 $(\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{\sqrt{x}})^n$ 的展开式中, 若第 4 项与第 8 项的二项式系数相等, 则
 A. 展开式中 x^5 的系数为 $-\frac{105}{8}$
 B. 展开式中所有项的系数的和为 $\frac{1}{1024}$
 C. 展开式中系数的绝对值最大的项是第 5 项
 D. 从展开式中任取 2 项, 取到的项都是 x 的整数次幂的概率为 $\frac{3}{11}$

高三数学 第2页(共4页)

12. 已知 $f(x) = \frac{2e^x}{\cos x}$, $g(x) = f(x)\cos x - x(1 + \cos x)$, 则

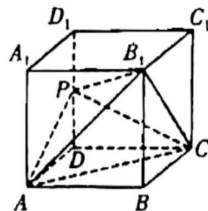
- A. 当 $x \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ 时, $f(x)_{\min} = f(-\frac{\pi}{4}) = 2\sqrt{2}e^{-\frac{\pi}{4}}$, 无最大值
 B. 当 $x \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ 时, $f(x)_{\max} = f(\frac{\pi}{4}) = 2\sqrt{2}e^{\frac{\pi}{4}}$, 无最小值
 C. 当 $x \in [-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$ 时, $g(x)$ 的值域是 $(-\infty, 2]$
 D. 当 $x \in [-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$ 时, $g(x)$ 的值域是 $[2, +\infty)$

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{4} = 1 (a > 0)$ 的离心率为 $\sqrt{5}$, 则 $a =$ _____.

14. 在平行四边形 $ABCD$ 中, $AD = 2AB = 2$, $BD \perp DC$, 点 M 为线段 CD 的中点, 则 $\vec{MA} \cdot \vec{MB} =$ _____.

15. 如图, 在棱长为 1 的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, P 是棱 DD_1 (不含端点) 上一动点, 则三棱锥 $P - AB_1C$ 的体积的取值范围为 _____.



16. 已知定义在 $(-3, 3)$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x) = e^{2x}f(-x)$, $f(1) = 1$, $f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数, 当 $x \in [0, 3)$ 时, $f'(x) > f(x)$, 则不等式 $e^x f(1-x) > 1$ 的解集为 _____.

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10 分)

已知 $\triangle ABC$ 的三个角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $b(\sin A + \cos A) = (\sqrt{3} - 1)\cos B + c$.

(1) 求 B ;

(2) 若 $a = 1, b = \sqrt{3}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

18. (12 分)

已知正项数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_1 = 1$, 且满足: _____.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 已知 $b_n = \frac{n}{a_n}$, 设数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , 当 $n \in \mathbf{N}^*$ 时, $(\cos n\pi)\lambda < T_n + \frac{n}{2^{n-1}}$, 求实

数 λ 的取值范围.

条件: ① $a_{n+1}^2 = a_n a_{n+2}$, 且 $2a_2, a_3 + 2, a_4$ 成等差数列; ② $S_{n+1} - 2S_n = 1 (n \in \mathbf{N}^*)$;

③ $(S_{n+1} + 1)a_n = (S_n + 1)a_{n+1}$. 请从这三个条件中任选一个, 并将其序号填写在答题卡对应位置, 并完成解答.

高三数学 第3页(共4页)

19. (12分)

党的二十大以来,国家不断加大对科技创新的支持力度,极大鼓舞了企业持续投入研发的信心.某科技企业在国家一系列优惠政策的大力扶持下,通过不断的研发和技术革新,提升了企业收益水平.下表是对2023年1~5月份该企业的利润 y (单位:百万)的统计.

月份	1月	2月	3月	4月	5月
月份编号 x	1	2	3	4	5
利润 y (百万)	7	12	13	19	24

(1)根据统计表,求该企业的利润 y 与月份编号 x 的样本相关系数(精确到0.01),并判断它们是否具有线性相关关系;

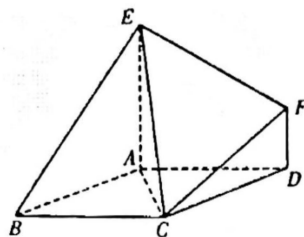
(2)该企业现有甲、乙两条流水线生产同一种产品.为对产品质量进行监控,质检人员先用简单随机抽样的方法从甲、乙两条流水线上分别抽取了5件、3件产品进行初检,再从中随机选取3件做进一步的质检,记抽到“甲流水线产品”的件数为 X ,试求 X 的分布列与期望.

$$\text{附:相关系数 } r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}, \sqrt{1740} \approx 41.7.$$

20. (12分)

如图,在多面体 $ABCDEF$ 中,四边形 $ABCD$ 为菱形,且 $\angle ABC = 60^\circ$, $AE \perp$ 平面 $ABCD$, $AB = AE = 2DF$, $AE \parallel DF$.

- (1)证明:平面 $AEC \perp$ 平面 CEF ;
- (2)求平面 ABE 与平面 CEF 夹角的余弦值.



21. (12分)

已知函数 $f(x) = a(e^x - 1) - \ln x$.

- (1)当 $a = 1$ 时,求 $f(x)$ 的图象在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;
- (2)当 $a \geq 1$ 时,证明: $f(x) > \sin x$.

22. (12分)

已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点为 F_1, F_2 ,过 $F_1(-\sqrt{3}, 0)$ 的直线交椭圆于 G, H 两点, $\triangle GHF_2$ 的周长为8.

- (1)求椭圆 E 的方程;
- (2)点 M, N 分别为椭圆 E 的上、下顶点,过直线 $y = 2$ 上任意一点 P 作直线 PM 和 PN ,分别交椭圆于 S, T 两点.证明:直线 ST 过定点.

高三数学 第4页(共4页)

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

