2023—2024 学年高二(上)质检联盟第四次月考

数 学

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。
4. 本试卷主要考试内容:人教 A 版选择性必修第一册第一章、第二章占 20%,第三章占 30%,选择性必修第二册第四章占 30%,第五章占 20%。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 一质点运动的位移方程为 $s=60t-\frac{1}{2}gt^2(g=10\ \text{m/s}^2)$,当 $t=5$ s 时,该质点的瞬时速度为

A. 20 m/s　　B. 25 m/s　　C. 10 m/s　　D. 15 m/s

2. 直线 $ax+2y-6=0$ 与直线 $3x+(a+5)y+3=0$ 平行,则 $a=$

A. -6　　B. 1　　C. -6 或 1　　D. 3

3. 若数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$,$\frac{a_na_{n+1}}{a_n+a_{n+1}}=2$,则 $a_{2024}=$

A. 1　　B. 2　　C. -1　　D. -2

4. 已知 A 为抛物线 $C:x^2=2py(p>0)$ 上一点,点 A 到 C 的焦点的距离为 18,到 x 轴的距离为 12,则 $p=$

A. 6　　B. 8　　C. 10　　D. 12

5. 已知圆 $C:(x-3\sqrt{2})^2+(y+3)^2=16$ 与圆 $D:x^2+y^2+2\sqrt{2}x-8y+m=0$ 有四条公切线,则 m 的取值范围是

A. $(-7,+\infty)$　　B. $(-7,18)$

C. $(-\infty,-7)$　　D. $(-18,7)$

6. 某中学的募捐小组暑假期间走上街头进行了一次募捐活动,共收到了 5000 元. 他们第 1 天只收到了 20 元,之后采取了积极措施,从第 2 天起,每一天收到的捐款都比前一天多 15 元,这次募捐活动一共进行了

A. 20 天　　B. 25 天　　C. 30 天　　D. 35 天

7. 已知 F 是双曲线 $E:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左焦点,O 为坐标原点,过点 F 且斜率为 $\frac{\sqrt{7}}{3}$ 的直线与 E 的右支交于点 M,$\overrightarrow{MN}=3\overrightarrow{NF}$,$MF\perp ON$,则 E 的离心率为

A. 3　　B. 2　　C. $\sqrt{3}$　　D. $\sqrt{2}$

8. 已知数列 $\{a_n\}$ 中,$a_1a_2a_3\cdots a_n=2^{\frac{n^2+n}{2}}$,若函数 $f(x)=\frac{x(x-a_2)(x-a_4)\cdots(x-a_{2024})}{(x-a_1)(x-a_3)\cdots(x-a_{2023})}$,$f(x)$ 的

导数为 $f'(x)$，则 $f'(0)=$

A. 2　　B. 2^{1012}

C. 2^{2023}　　D. 2^{2024}

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9. 已知椭圆 $C:\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{11}=1$，则

A. 椭圆 C 的长轴长为 $2\sqrt{2}$

B. 椭圆 C 的焦距为 6

C. 椭圆 C 的短半轴长为 $2\sqrt{11}$

D. 椭圆 C 的离心率为 $\frac{3\sqrt{11}}{11}$

10. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，$S_8=-556$，$a_{n+2}-a_n=6$，则

A. $a_n=3n-83$

B. $\{S_n\}$ 中的最小值为 S_{28}

C. 使 $S_n<0$ 的 n 的最大值为 52

D. $|a_1|+|a_2|+|a_3|+\cdots+|a_{54}|=3^7$

11. 已知函数 $f(x)=(x+1)\ln x$，则

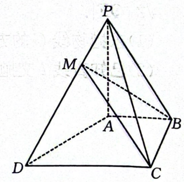
A. $f(x)$ 存在唯一的极值点

B. $f(x)$ 存在唯一的零点

C. 直线 $2x-y+2=0$ 与 $f(x)$ 的图象相切

D. 若 $f(ax)\geqslant f(\ln x)$，则 $a\geqslant\frac{1}{\mathrm{e}}$

12. 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$PA\perp$ 平面 $ABCD$，$AB/\!/CD$，$\angle ABC=\frac{\pi}{2}$，$AB=BC=PA=\frac{1}{2}CD=3$，$\overrightarrow{PD}=3\overrightarrow{PM}$，则



A. 直线 CM 与 AD 所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{3}}{6}$

B. $|\overrightarrow{BM}|=\sqrt{21}$

C. $BM\perp PC$

D. 点 M 到直线 BC 的距离为 $2\sqrt{6}$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 直线 $l:mx-y-m+2=0$ 被圆 $C:(x-2)^2+y^2=25$ 截得的弦长的最小值为___▲___.

14. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，若 $S_n=4\times3^{n-1}+t$，则 $t=$___▲___.

15. 若函数 $f(x)=(x^2-a)\mathrm{e}^x$ 在区间 $(-2,2)$ 内只有极小值，无极大值，则实数 a 的取值范围是___▲___.

16. 定义：在平面直角坐标系 Oxy 中，把到定点 $F_1(-a,0)$，$F_2(a,0)$ 距离之积等于 $a^2(a>0)$ 的点的轨迹称为双纽线 C. 若 $a=1$，P 为双纽线 C 上任意一点，则 $|OP|$ 的最大值为___▲___.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（10 分）

已知函数 $f(x)=2x^3+3x^2-36x+30$.

(1)求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程；

(2)求 $f(x)$ 在 $[-3,5]$ 上的最值.

18.（12 分）

在正项等比数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=4$，$a_4=a_3+2a_2$.

(1)求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2)若 $b_n=\log_2 a_n$，证明 $\{b_n\}$ 是等差数列并求 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n.

19.（12 分）

设抛物线 $C:x^2=2py(p>0)$ 的焦点为 F，点 P 在 C 上，$Q(0,-5)$，已知 $|PQ|=\sqrt{2}|PF|=\sqrt{2}|QF|$.

(1)求抛物线 C 的方程；

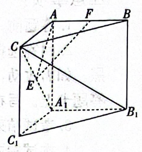
(2)已知直线 l 交抛物线 C 于 M,N 两点，且 MN 的中点为 $(-4,8)$，求直线 l 的方程.

20.（12 分）

如图，在直三棱柱 $A_1B_1C_1-ABC$ 中，$AC\perp AB$，$AC=2$，$AB=4$，$AA_1=6$，E，F 分别为 CA_1，AB 的中点.

（1）若 $\overrightarrow{EF}=x\overrightarrow{B_1B}+y\overrightarrow{B_1C_1}+z\overrightarrow{B_1A_1}$，求 x，y，z 的值；

（2）求 B_1C 与平面 AEF 所成角的正弦值.



21.（12 分）

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n(a_n\neq 0)$，且 $a_1=1$，$nS_{n+1}=(n+2)S_n$，数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_1=\frac{1}{a_3}$，$3b_{n+1}-b_n=2b_nb_{n+1}$.

（1）求 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ 的通项公式；

（2）求数列 $\left\{\frac{a_n}{b_n}\right\}$ 的前 n 项和 T_n.

22.（12 分）

设双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1，F_2，且焦距为 8，一条渐近线方程为 $\sqrt{7}x-3y=0$.

（1）求双曲线 C 的方程；

（2）已知 M 是直线 $x=\frac{a^2}{4}$ 上一点，直线 MF_2 交双曲线 C 于 A，B 两点，其中 A 在第一象限，O 为坐标原点，过点 M 作直线 OA 的平行线 l，l 与直线 OB 交于点 P，与 x 轴交于点 Q，证明：点 P 为线段 MQ 的中点.