株洲市 2024 届高三年级教学质量统一检测(一)

数学

班级：______姓名：______准考证号：______

(本试卷共 4 页，22 题，考试用时 120 分钟，全卷满分 150 分)

注意事项：

1．答题前，先将自己的姓名、准考证号写在试题卷和答题卡上，并将准考证条形码粘贴在答题卡上的指定位置。

2．选择题的作答：每小题选出答案后，用 2*B* 铅笔把答题卡上相应题目的答案标号涂黑。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。

3．非选择题的作答：用签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内，写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。

4．考试结束后，将答题卡上交。

一、选择题(本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．)

1．已知集合 $A=\{0,1\}$，$B=\{-1,0,a+3\}$，且 $A\subseteq B$，则 a 等于（　　）

A．1　　B．0　　C．－1　　D．－2

2．已知 i 是虚数单位，则复数 $z=\mathrm{i}+2\mathrm{i}^2+3\mathrm{i}^3$ 所对应的点位于（　　）

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

3．一次歌唱比赛中，由 10 位评委的打分得到一组样本数据．$x_1,x_2,x_3,\cdots,x_{10}$，去掉一个最高分，去掉一个最低分后，与原始数据相比，一定不变的是（　　）

A．平均数　　B．中位数　　C．标准差　　D．极差

4．已知向量 $\vec{a}=(2,0)$，$\vec{b}=(0,3)$，若实数λ满足 $(\lambda\vec{b}-\vec{a})\perp(\vec{a}+\vec{b})$，则λ=（　　）

A．$\dfrac{4}{9}$　　B．$\dfrac{9}{4}$　　C．－1　　D．1

5．已知 $y=f(x)$ 是定义在 I 上的函数，M 为常数，则“$\forall x\in I$，$f(x)\le M$”是“$f(x)$ 的最大值为 M”的（　　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

6．已知 $x,y\in\mathbf{R}^*$ 若 $3^x=4^y$ 且 $2x=ay$，则 a=（　　）

A．$2\log_3 2$　　B．$\log_3 2$　　C．$2\log_2 3$　　D．$4\log_3 2$

7．直线 l_1、l_2 为圆 $C_1:x^2+y^2=1$ 与 $C_2:x^2+y^2-6x-8y=0$ 的公切线，设 l_1、l_2 的夹角为θ，则 $\sin\theta$ 的值

为（　　）

A．$\dfrac{3}{5}$　　　　B．$\dfrac{4}{5}$　　　　C．$\dfrac{12}{25}$　　　　D．$\dfrac{24}{25}$

8．在非直角$\triangle ABC$中，$\tan A$、$\tan B$、$\tan C$成等比数列，则$\angle B$的取值范围是（　　）

A．$\left(0,\dfrac{\pi}{3}\right]$　　　　B．$\left[\dfrac{\pi}{3},\dfrac{\pi}{2}\right)$　　　　C．$\left(\dfrac{\pi}{4},\dfrac{5\pi}{12}\right]$　　　　D．$\left(\dfrac{\pi}{2},\dfrac{2\pi}{3}\right]$

二、选择题(本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 5 分，有选错的得 0 分，部分选对的得 2 分．)

9．已知双曲线$C:x^2-\dfrac{y^2}{2}=1$，则下列说法中正确的是（　　）

A．双曲线C的实轴长为 2　　　　B．双曲线C的焦点坐标为$\left(0\pm\sqrt{3}\right)$

C．双曲线C的渐近线方程为$y=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}x$　　　　D．双曲线C的离心率为$\sqrt{3}$

10．高中学生要从必选科目(物理和历史)中选一门，再在化学、生物、政治、地理这 4 个科目中，依照个人兴趣、未来职业规划等要素，任选 2 个科目构成“1+2 选考科目组合”参加高考．已知某班 48 名学生关于选考科目的结果统计如下：

选考科目名称	物理	化学	生物	历史	地理	政治
选考该科人数	36	39	24	12	a	b

下面给出关于该班学生选考科目的四个结论中，正确是（　　）

A．$a+b=33$

B．选考科目组合为“历史＋地理＋政治”的学生可能超过 9 人

C．在选考化学的所有学生中，最多出现 6 种不同的选考科目组合

D．选考科目组合为“历史＋生物＋地理”的学生人数一定是所有选考科目组合中人数最少的

11．小学实验课中，有甲、乙两位同学对同一四面体进行测量，各自得到了一条不全面的信息：甲同学：四面体有两个面是等腰直角三角形；乙同学：四面体有一个面是边长为 1 的等边三角形．那么，根据以上信息，该四面体体积的值可能是（　　）

A．$\dfrac{1}{6}$　　　　B．$\dfrac{\sqrt{3}}{12}$　　　　C．$\dfrac{\sqrt{2}}{12}$　　　　D．$\dfrac{\sqrt{2}}{24}$

12．设$\left(\sqrt{5}+2\right)^{2n+1}\left(n\in\mathbf{N}^*\right)$的整数部分为$a_n$，小数部分为$b_n$，则下列说法中正确的是（　　）

A．数列$\left\{a_n+b_n\right\}$是等比数列　　　　B．数列$\left\{a_n\right\}$是递增数列

C．$b_n\left(a_n+b_n\right)=1$　　　　D．$\left(1-b_n\right)\left(a_n+b_n\right)=1$

三、填空题(本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．)

13．若半径为R的球O是圆柱的内切球，则该球的表面积与该圆柱的侧面积之差为______．

14．在$x\left(x-1\right)\left(x+1\right)^{4}$的展开式中，含$x^{2}$的项的系数是______．(用数字作答)

15．已知函数$f\left(x\right)=\cos\left(\omega x+\varphi\right)$($\omega>0$，$0<\varphi<\pi$)，若$f\left(x\right)$为奇函数，且在$\left(-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{6}\right)$上单调递减，则$\omega$的最大值为______．

16．已知$\triangle ABC$为等腰三角形，其中$AB=AC$，点D为边AC上一点，$\cos B=\frac{1}{3}$．以点B、D为焦点的椭圆E经过点A与C，则椭圆E的离心率的值为______．

四、解答题(本题共6小题，共70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．)

17．(本小题满分10分)在$\triangle ABC$中，$BC=2\sqrt{5}$，点D在AB边上，且$\angle BCD$为锐角，$CD=2$，$\triangle BCD$的面积为4．

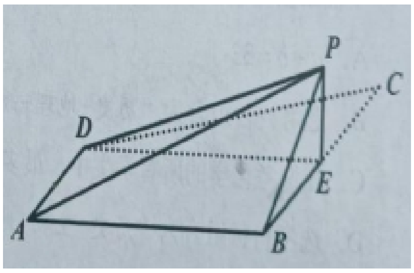
(1)求$\cos\angle BCD$的值；

(2)若$A=30°$，求边AC的长．

18．(本小题满分12分)如图，四边形$ABCD$为直角梯形，其中$AD\ /\!/\ BC$，$AB\perp AD$，$AB=BC=2AD$，点E为BC的中点，以DE为折痕把$\triangle DCE$折起，使点C到达点P的位置，且使$\angle ADP=90°$，连接AP、BP．

(1)求证：平面$PDA\perp$平面PDE；

(2)求平面PDA与平面PBE的夹角的余弦值．



19．(本小题满分12分)各项都为整数的数列$\left\{a_n\right\}$满足$a_2=-2$，$a_7=4$，前6项依次成等差数列，从第5项起依次成等比数列．

(1)求数列$\left\{a_n\right\}$的通项公式；

(2)求出所有的正整数m，使得$a_m+a_{m+1}+a_{m+2}=a_m a_{m+1} a_{m+2}$．

20．(本小题满分12分)已知函数$f\left(x\right)=\left(x+a\right)e^{bx}$在$\left(1,f\left(1\right)\right)$处的切线方程为$y=e\left(x-1\right)$，其中$e$为自然常数．

(1)求a，b的值及$f\left(x\right)$的最小值；

(2)设x_1，x_2是方程$f\left(x\right)=kx^2-2$($k>2$)的两个不相等的正实根，证明：$\left|x_1-x_2\right|>\ln\frac{4}{e}$．

21．(本小题满分12分)在直角坐标系xOy中，点$P\left(2,4\right)$为抛物线$C:y^2=2px$($p>0$)上一点，点M、N为

x 轴正半轴(不含原点)上的两个动点，满足 $PM=PN$，直线 PM、PN 与抛物线 C 的另一个交点分别为点 A、B.

(1)求直线 AB 的斜率；

(2)求 $\triangle PAB$ 面积的取值范围.

22．(本小题满分 12 分)品酒师需要定期接受品酒鉴别能力测试，测试方法如下：拿出 n 瓶外观相同但品质不同的酒让其品尝，要求按品质优劣为它们排序，经过一段时间，等他等记忆淡忘之后，再让他品尝这 n 瓶酒，并重新按品质优劣为它们排序，这称为一轮测试.

设在第一次排序时被排为 1，2，3，…，n 的 n 种酒，在第二次排序时的序号为 $a_1,a_2,a_3,\ldots,a_n$，并令

$X=\sum_{i=1}^{n}\left|i-a_i\right|$，称 X 是两次排序的偏离度.

评委根据一轮测试中的两次排序的偏离度的高低为其评分.

(1)当 $n=3$ 时，若 a_1,a_2,a_3 等可能地为 1，2，3 的各种排列，求 X 的分布列；

(2)当 n=4 时，

①若 a_1,a_2,a_3,a_4 等可能地为 1，2，3，4 的各种排列，计算 $X\le 2$ 的概率：

②假设某品酒师在连续三轮测试中，都有 $X\le 2$ (各轮测试相互独立)，你认为该品酒师的鉴别能力如何，请说明理由.