



深圳市宝安区高三期末考试

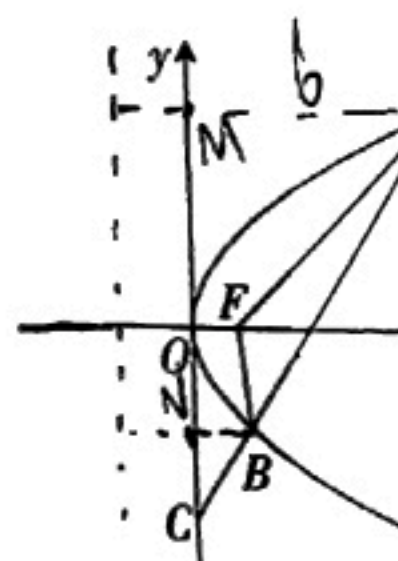
数 学

注意事项:

1. 答题前, 考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上.
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑. 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号. 回答非选择题时, 将答案写在答题卡上. 写在本试卷上无效.
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回.
4. 本试卷主要考试内容: 高考全部内容.

一、选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 复数 $(2+i)^3$ 的实部与虚部之和是
A. 7 B. 13 C. 21 D. 27
2. 已知集合 $A = \{(x, y) | y = x^2 - 2x - 1\}$, $B = \{(x, y) | y = 3x + 1\}$, 则 $A \cap B$ 的元素个数是
A. 0 B. 1 C. 2 D. 无数
3. 某单位有职工 500 人, 其中男性职工有 320 人, 为了解所有职工的身体状况, 按性别采用分层抽样的方法抽取 100 人进行调查, 则抽取到的男性职工的人数比女性职工的人数多
A. 28 B. 36 C. 52 D. 64
4. “ $0 \leq x \leq 1$ ”是“ $\frac{1}{x} \geq 1$ ”的
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
5. 已知函数 $f(x) = x^5 + 4x + a$ 在 $(-1, 1)$ 内有零点, 则 a 的取值范围是
A. $(-5, 5)$ B. $(-\infty, -5) \cup (5, +\infty)$
C. $[-5, 5]$ D. $(-\infty, -5] \cup [5, +\infty)$
6. 如图, 设抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点为 F , 不经过焦点的直线上有三个不同的点 A, B, C , 其中 A, B 在该抛物线上, 点 C 在 y 轴上, 若 $|FA| = 7$, $|FB| = \frac{5}{2}$, 则 $\frac{|AB|}{|BC|} =$
A. $\frac{8}{3}$ B. $\frac{7}{2}$
C. $\frac{7}{3}$ D. 3
7. 若函数 $f(x) = 2\cos(x - \varphi) + \cos x$ 的最大值是 $\sqrt{7}$, 则常数 φ 的值可能是
A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{5\pi}{6}$



⑧已知 H 是球 O 的直径 AB 上一点, $AH:HB=1:2$, $AB \perp$ 平面 α , H 为垂足, α 截球 O 所得截面的面积为 π , M 为 α 上的一点, 且 $MH = \frac{\sqrt{2}}{4}$, 过点 M 作球 O 的截面, 则所得的截面面积最小的圆的半径为

A. $\frac{\sqrt{14}}{2}$

B. $\frac{\sqrt{11}}{4}$

C. $\frac{\sqrt{14}}{4}$

D. $\frac{\sqrt{11}}{2}$

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 则下列结论正确的是

A. 若 $a_5^2 = a_3 a_7$, 则 $\{a_n\}$ 是等比数列

B. 若 $\{a_n\}$ 是等比数列, 则 $a_5^2 = a_3 a_7$

C. 若 $S_n = 3^n - 1$, 则 $\{a_n\}$ 是等比数列

D. 若 $\{a_n\}$ 是等比数列, 且 $S_n = 3^n + a$, 则 $a = -1$

10. 直线 $l: (m+2)x - 3y - m + 1 = 0$ 与圆 $C: x^2 + y^2 - 2x + 4y = 4$, 则

A. 圆 C 的半径为 2

B. 直线 l 过定点 $(1, 1)$

C. 直线 l 与圆 C 一定有公共点

D. 圆 C 的圆心到直线 l 的距离的最大值是 3

11. 若直线 $y = ax + b$ 与曲线 $y = 2 - \ln x$ 相切, 则 $a + b$ 的取值可能为

A. 1

B. 2

C. 3

D. 6

12. 在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AB = AA_1 = 2$, D, E, F 分别为 AA_1, BB_1, CC_1 的中点, P 为棱 CC_1 上的动点, 则

A. 平面 $AB_1F \perp$ 平面 ABB_1A_1

B. 点 B_1 到平面 BCD 的距离为 $2\sqrt{3}$

C. DB_1 与 DP 所成角的余弦值的取值范围为 $[\frac{1}{5}, \frac{3}{5}]$

D. 以 F 为球心, $\frac{\sqrt{39}}{3}$ 为半径的球面与侧面 ABB_1A_1 的交线长为 $\frac{4\sqrt{3}\pi}{9}$

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知单位向量 a, b 满足 $2a - b = \sqrt{3}$, 则 $a \cdot b =$ $\underline{\hspace{1cm}}$

14. 函数 $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x + \sqrt{x^2 - 9}) - a$ ($a \in \mathbf{R}$) 是奇函数, 则 $f(1a) =$ $\underline{\hspace{1cm}}$

15. 为了检查学生的身体素质情况, 从田径类 3 项, 球类 2 项, 武术类 2 项共 7 项项目中随机抽取 3 项进行测试, 则恰好抽到两类项目的概率是 $\underline{\hspace{1cm}}$

16. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左焦点为 $F(-c, 0)$, 直线 $l: x - 3y + c = 0$ 与 C 交于 A, B 两点, 若 $|AB| = 3|AF|$, 则 C 的离心率是 $\underline{\hspace{1cm}}$

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10 分)

在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c ，且 $\cos 2B = 1 - 3\cos B$ 。

(1) 求角 B 的值；

(2) 若 $b = 2\sqrt{7}$ ， $\triangle ABC$ 的面积为 $6\sqrt{3}$ ，求 $\triangle ABC$ 的周长。

18. (12 分)

在等差数列 $\{a_n\}$ 中， $a_3 + a_7 = 18$ ， $a_5 + a_8 = 24$ 。

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2) 若 $b_n = (-1)^n a_n a_{n+1}$ ，求数列 $\{b_n\}$ 的前 $2n$ 项和 S_{2n} 。

19. (12 分)

已知某地中学生的男生和女生的人数比例是 3 : 2，为了解该地中学生对羽毛球和乒乓球的喜欢情况，现随机抽取部分中学生进行调查，了解到该地中学生喜欢羽毛球和乒乓球的概率如下表：

	男生	女生
只喜欢羽毛球	0.3	0.3
只喜欢乒乓球	0.25	0.2
既喜欢羽毛球，又喜欢乒乓球	0.3	0.15

(1) 从该地中学生中随机抽取 1 人，已知抽取的这名中学生喜欢羽毛球，求该中学生也喜欢乒乓球的概率；

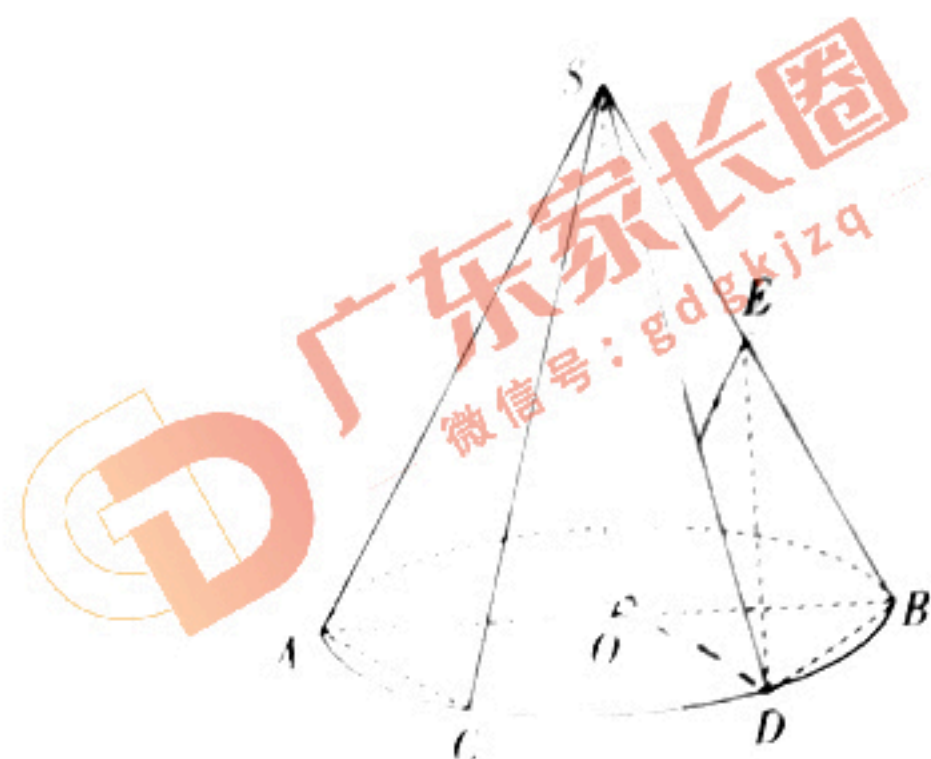
(2) 从该地中学生中随机抽取 100 人，记抽取到的中学生既喜欢羽毛球，又喜欢乒乓球的人数为 X ，求 X 的分布列和期望。

(12分)

如图,在圆锥 SO 中, AB 是圆 O 的直径,且 $\triangle SAB$ 是边长为 1 的等边三角形, C, D 为圆弧 AB 的两个三等分点, F 是 SB 的中点.

(1) 证明: $DE \parallel$ 平面 SAC .

(2) 求平面 SAC 与平面 SBD 所成锐二面角的余弦值.



(12分)

已知双曲线 $C: \frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的离心率是 3, 点 $P(4, \sqrt{3})$ 在 C 上.

(1) 求 C 的标准方程.

(2) 已知直线 l 与 C 相切, 且与 C 的两条渐近线分别交于 A, B 两点, O 为坐标原点, 试问 $\vec{OA} \cdot \vec{OB}$ 是否为定值? 若是, 求出该定值; 若不是, 请说明理由.

(12分)

已知函数 $f(x) = x - x^3$.

(1) 求 $f(x)$ 的极值;

(2) 已知 $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$, $mf(\sin \alpha) + nf(\cos \alpha) = \tan \frac{\pi}{6}$, 证明: $m + n > \frac{3}{2}$.

密
封
线
内
不
要
答
题