银川一中2022届高三年级第二次月考

文 科 数 学

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．作答时，务必将答案写在答题卡上。写在本试卷及草稿纸上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，满分60分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1. 集合$P=\{1,2\}$的真子集的个数是

A. 7　　B. 3　　C. 4　　D. 8

2. 复数$z=\dfrac{i}{2-i}$，则$|z|=$

A. $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$　　B. 1　　C. $\sqrt{5}$　　D. 5

3. 已知命题$p:\exists x\in\mathbf{R},\sin x<1$；命题$q:\forall x\in\mathbf{R}$，$e^{|x|}\geq 1$，则下列命题中为真命题的是

A. $p\wedge q$　　B. $\neg p\wedge q$　　C. $p\wedge\neg q$　　D. $\neg(p\vee q)$

4. 已知等比数列$\{a_n\}$满足$a_1a_7=3a_4a_3$，则数列$\{a_n\}$的公比$q=$

A. 2　　B. $\dfrac{1}{3}$　　C. 3　　D. $\dfrac{1}{2}$

5. 若x，y满足约束条件$\begin{cases}x\leq 4\\ 2x+y\geq 10\\ y\leq 4\end{cases}$，则$z=x-y$的最大值为

A. -1　　B. 0　　C. 2　　D. 10

6. 已知$\sin\alpha-\cos\alpha=\dfrac{4}{3}$，则$\sin 2\alpha=$

A. $-\dfrac{7}{16}$　　B. $-\dfrac{7}{9}$　　C. $\dfrac{7}{16}$　　D. $\dfrac{7}{9}$

7. 已知函数$f(x)=2^x$，在$[1,9]$上随机取一个实数x_0，则使得$f(x_0)\leq 8$成立的概率为

A. $\dfrac{1}{8}$　　B. $\dfrac{1}{4}$　　C. $\dfrac{1}{3}$　　D. $\dfrac{2}{3}$

8. 下列不等式恒成立的是

A. $a^2+b^2\leq 2ab$　　B. $a^2+b^2\geq -2ab$

C. $a+b\geq -2\sqrt{|ab|}$　　　　D. $a+b\leq 2\sqrt{|ab|}$

9. 在数列$\{a_n\}$中，$a_1=\dfrac{1}{2}, a_n=1-\dfrac{1}{a_{n-1}}(n\geq 2,n\in N^*)$，则$a_7$等于

A. $\frac{1}{2}$　　B. 1　　C. -1　　D. 2

10. 若关于x的不等式$x^2-4x-2-a\geq 0$在$\{x\,|\,1\leq x\leq 4\}$内有解，则实数a的取值范围是

A. $\{a\,|\,a\leq -2\}$　　B. $\{a\,|\,a\geq -2\}$　　C. $\{a\,|\,a\geq -6\}$　　D. $\{a\,|\,a\leq -6\}$

11. 已知函数$f(x)$满足$f(0)=2$，且对任意$x\in \mathbf{R}$都满足$f(x+3)=-f(x)$，则$f(2019)$的值为

A. 2019　　B. 2　　C. 0　　D. -2

12. 已知曲线$f(x)=\ln x+2x$与曲线$g(x)=a(x^2+x)$有且只有两个公共点，则实数a的取值范围为

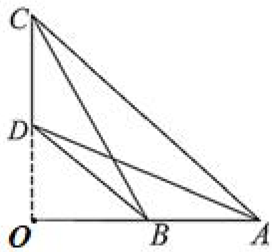
A. $(-\infty,0)$　　B. $(0,1]$　　C. $(0,+\infty)$　　D. $(0,1)$

二、填空题：（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

13. 若向量$\vec{a}=(3,m)$，$\vec{b}=(2,-1)$，且$\vec{a}\perp\vec{b}$，则实数m的值为________.

14. 已知$\{a_n\}$为等差数列，$\{a_n\}$的前 5 项和$S_5=20$，$a_5=6$，则$a_{10}=$________.

15. 公元 1231 年，南宋著名思想家，教育家陆九渊的弟子将象山书院改建于三峰山徐岩，在信江河畔便可望见由明正德皇帝御笔亲题的“象山书院”红色题刻．为测量题刻CD的高度，在 A 处测得仰角分别为$45°$，$30°$，前进 40 米后，又在B处测得仰角分别为$60°$，$45°$，则题刻CD的高度约为______________米.



16. 袋子中有四个小球，分别写有“和、平、世、界”四个字，有放回地从中任取一个小球，直到“和”“平”两个字都取到就停止，用随机模拟的方法估计恰好在第三次停止的概率．利用电脑随机产生 0 到 3 之间取整数值的随机数，分别用 0，1，2，3 代表“和、平、世、界”这四个字，以每三个随机数为一组，表示取球三次的结果，经随机模拟产生了以下 24 个随机数组：

232　321　230　023　123　021　132　220　011　203　331　100

231　130　133　231　031　320　122　103　233　221　020　132

由此可以估计，恰好第三次就停止的概率为_______.

三、解答题：共 70 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共 60 分

17. (12 分)

各项均为正数的等比数列$\{a_n\}$中，记S_n为$\{a_n\}$的前n项和，$a_1=2$，$S_3=14$.

（1）求$\{a_n\}$的通项公式；

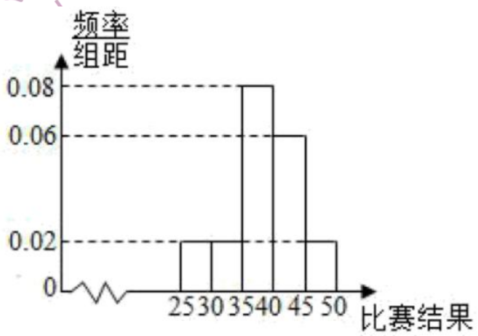
（2）若$b_n=\log_2 a_n$，求数列$\left\{\dfrac{1}{b_n b_{n+1}}\right\}$的前$n$项和$T_n$.

18. (12 分)

为了解我区高三学生参加体育活动的情况，区直属某校高三学生500人参加"体育基本素质技能"比赛活动，按某项比赛结果所在区间分组：第1组：$[25,30)$，第2组：$[30,35)$，第3组：$[35,40)$，第4组：$[40,45)$，第5组：$[45,50]$，得到不完整的人数统计表如下：

比赛结果所在区间	$[25,30)$	$[30,35)$	$[35,40)$	$[40,45)$	$[45,50]$
人数	50	50	a	150	b

其频率分布直方图为：



（1）求人数统计表中的a和b的值；

（2）根据频率分布直方图，估计该项比赛结果的中位数；

（3）用分层抽样的方法从第1，2，3组中共抽取6人，再从这6人中随机抽取2人参加上一级比赛活动，求参加上一级比赛活动中至少有1人的比赛结果在第3组的概率.

19. (12 分)

在△ABC中，角A、B、C所对的边分别为a、b、c，满足$(a+b-c)(a-b+c)=bc$.

（1）求A的值；

（2）若$a=2$，$B=\dfrac{\pi}{4}$，求△ABC的周长.

20. (12 分)

已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，$S_n=2a_n-1$，数列$\{b_n\}$是等差数列，且$b_1=a_1$，$b_6=a_5$.

（1）求数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的通项公式；

（2）若$c_n=\dfrac{b_n}{a_n}$，记数列$\{c_n\}$的前n项和为T_n，求T_n.

21.（12 分）

已知函数 $f(x)=e^x-\sin x$，$x\in[0,+\infty)$，e 为自然对数的底数.

（1）证明：$f(x)\ge 1$；

（2）若 $f'(x)+2\cos x-2\ge bx$ 恒成立，求实数 b 的范围.

(二)选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 两题中任选一题做答，如果多做．则按所做的第一题记分。

22.［选修 4－4：坐标系与参数方程］

在平面直角坐标系 xOy 中，以 O 为极点、x 轴的正半轴为极轴，建立极坐标系，曲线 C 的极坐标方程为 $\rho\sin^2\theta+4\sin\theta-\rho=0$，直线 l 过定点 $P(1,1)$ 且与曲线 C 交于 A，B 两点.

（1）求曲线 C 的直角坐标方程；

（2）若直线 l 的斜率为 2，求 $\dfrac{1}{|PA|}+\dfrac{1}{|PB|}$ 的值.

23.［选修 4—5：不等式选讲］

已知函数 $f(x)=|x-3|+|x+m|$.

（1）若 $m=1$，求不等式 $f(x)\ge 6$ 的解集；

（2）若 $\exists x\in\mathbf{R}$，使得 $f(x)<2m$，求 m 的取值范围.

银川一中 2022 届高三第二次月考数学(文科)（参考答案）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	B	A	A	C	C	B	B	B	A	A	D	D

13．6　　14．11　　15．40　　16．$\dfrac{1}{8}$

17．17.（1）$a_n=2^n$；（2）$T_n=\dfrac{n}{n+1}$.

【详解】

解：(1) 设各项均为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q，由题意知 $q>0$，

因为等比数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=2,S_3=14$,

所以 $2+2q+2q^2=14$，解得 $q=2$ 或 $q=-3$（舍去），

所以 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=2^n$；

（2）由（1）知 $b_n=\log 2^n=n$，

所以 $\dfrac{1}{b_nb_{n+1}}=\dfrac{1}{n(n+1)}=\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+1}$，

所以 $T_n=1-\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{3}+\cdots+\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+1}=1-\dfrac{1}{n+1}=\dfrac{n}{n+1}$.

18．（1）$a=200$，$b=50$；（2）38.75；（3）$\dfrac{14}{15}$.

【详解】

（1）由频率分布直方图得，比赛结果在 $[35,40)$ 内的频率为：$0.08\times5=0.4$，则 $a=0.4\times500=200$，

比赛结果在 $[45,50]$ 内的频率为：$0.02\times5=0.1$，则 $b=0.1\times500=50$，

所以人数统计表中的 a 和 b 的值分别为 200，50；

（2）由频率分布直方图知，比赛结果在 $[25,35)$ 内的频率为 0.2，比赛结果在 $[25,40)$ 内的频率为 0.6，则中位数应在 $[35,40)$ 内，

所以估计该项比赛结果的中位数为：$35+\dfrac{0.3}{0.08}=38.75$；

（3）因第 1，2，3 组的频率分别为 0.1，0.1，0.4，则利用分层抽样在第 1，2，3 组中抽的人数比为 $1:1:4$，

于是得抽取的 6 人中，第 1 组抽取 1 人，第 2 组抽取 1 人，第 3 组抽取 4 人，

记第 1 组抽取的 1 位同学为 A，第 2 组抽取的 1 位同学为 B，第 3 组抽取的 4 位同学为 C_1，C_2，C_3，C_4，

则从 6 位同学中抽两位同学有：(A,B)，(A,C_1)，(A,C_2)，(A,C_3)，(A,C_4)，(B,C_1)，(B,C_2)，(B,C_3)，(B,C_4)，(C_1,C_2)，(C_1,C_3)，(C_1,C_4)，(C_2,C_3)，(C_2,C_4)，(C_3,C_4)，共有 15 种等可能结果，

其中 2 人比赛结果都不在第 3 组的有：(A,B)，共 1 种可能，

所以至少有 1 人比赛结果在第 3 组的概率为 $1-\dfrac{1}{15}=\dfrac{14}{15}$.

19.（1）$\dfrac{\pi}{3}$；（2）$2+\sqrt{6}+\sqrt{2}$.

【详解】

（1）由条件 $(a+b-c)(a-b+c)=bc$，

展开化简可得 $b^2+c^2-a^2=bc$，

结合余弦定理可得 $\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\dfrac{bc}{2bc}=\dfrac{1}{2}$，

因为 $0<A<\pi$，

所以 $A=\dfrac{\pi}{3}$.

（2）由（1）可知 $A=\dfrac{\pi}{3}$，而 $a=2$，$B=\dfrac{\pi}{4}$，

则 $C=\pi-A-B=\pi-\dfrac{\pi}{3}-\dfrac{\pi}{4}=\dfrac{5\pi}{12}$

由正弦定理可得 $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}$，

代入解得 $b=\dfrac{2\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}}{\dfrac{\sqrt{3}}{2}}=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$，$c=\dfrac{2\times\sin\left(\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{\pi}{4}\right)}{\dfrac{\sqrt{3}}{2}}=\dfrac{3\sqrt{2}+\sqrt{6}}{3}$，

所以 ΔABC 的周长为 $a+b+c=2+\dfrac{2\sqrt{6}}{3}+\dfrac{3\sqrt{2}+\sqrt{6}}{3}=2+\sqrt{6}+\sqrt{2}$，

20.（1）$a_n=2^{n-1}$；$b_n=3n-2$；（2）$T_n=8-(3n+4)\cdot(\dfrac{1}{2})^{n-1}$

【详解】

解：（1）由 $S_n=2a_n-1$，可得 $n=1$ 时，$a_1=S_1=2a_1-1$，

解得 $a_1=1$，

$n\geqslant 2$ 时，$S_{n-1}=2a_{n-1}-1$，又 $S_n=2a_n-1$，

两式相减可得 $a_n=S_n-S_{n-1}=2a_n-1-2a_{n-1}+1$，

即有 $a_n=2a_{n-1}$，

可得数列 $\{a_n\}$ 是首项为 1，公比为 2 的等比数列，

所以 $a_n=2^{n-1}$；

设等差数列 $\{b_n\}$ 的公差为 d，由 $b_1=a_1=1$，$b_6=a_5=16$，

可得 $d=\dfrac{b_6-b_1}{6-1}=3$，

所以 $b_n=1+3(n-1)=3n-2$；

（2）证明：$c_n=\dfrac{b_n}{a_n}=(3n-2)\cdot(\dfrac{1}{2})^{n-1}$，

$T_n=1\cdot(\dfrac{1}{2})^0+4\cdot(\dfrac{1}{2})^1+7\cdot(\dfrac{1}{2})^2+\ldots+(3n-2)\cdot(\dfrac{1}{2})^{n-1}$，

$\dfrac{1}{2}T_n=1\cdot(\dfrac{1}{2})+4\cdot(\dfrac{1}{2})^2+7\cdot(\dfrac{1}{2})^3+\ldots+(3n-2)\cdot(\dfrac{1}{2})^n$，

两式相减可得 $\dfrac{1}{2}T_n=1+3\cdot[\dfrac{1}{2}+(\dfrac{1}{2})^2+\ldots+(\dfrac{1}{2})^{n-1}]-(3n-2)\cdot(\dfrac{1}{2})^n$

$=1+3\cdot\dfrac{\frac{1}{2}(1-\frac{1}{2^{n-1}})}{1-\frac{1}{2}}-(3n-2)\cdot(\dfrac{1}{2})^n$，

化简可得 $T_n=8-(3n+4)\cdot(\dfrac{1}{2})^{n-1}$.

21.【详解】

（1）$f(x)=e^x-\sin x$，于是，$f'(x)=e^x-\cos x$.

又因为，当 $x\in(0,+\infty)$ 时，$e^x>1$ 且 $\cos x\le 1$.

故当 $x\in(0,+\infty)$ 时，$e^x-\cos x>0$，即 $f'(x)>0$.

所以，函数 $f(x)=e^x-\sin x$ 为 $(0,+\infty)$ 上的增函数，于是，$f(x)\geqslant f(0)=1$.

因此，对 $\forall x\in[0,+\infty)$，$f(x)\ge 1$；

（2）$\because f'(x)+2\cos x-2\ge bx$ 恒成立，

$\therefore e^x+\cos x-2-bx\ge 0$ 恒成立.

令 $h(x)=e^x+\cos x-2-bx$，$h(0)=0$，$h'(x)=e^x-\sin x-b$，$h'(0)=1-b$.

①当 $b\le 1$ 时，$x\ge 0$，

由（1）可知 $h'(x)\ge 0$，

$\therefore h(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上为增函数，

$\therefore h(x)\ge h(0)=2-2=0$ 恒成立.

$\therefore b\le 1$ 成立.

②当 $b>1$ 时，由（1）可知

$h'(x)=e^x-\sin x-b$ 在 $[0,+\infty)$ 上增.

而 $h'(0)=1-b<0$ $\therefore$ 存在 $x_0\in(0,+\infty)$，使得 $h'(x_0)<0$.

$\therefore$ $x\in(0,x_0)$ 时，$h(x)$ 单调递减，

$\therefore h(x_0)<h(0)=0$，不合题意，舍去.

综上，$b\le 1$.

22.（1）$x^2=4y$；（2）$\dfrac{4\sqrt{15}}{15}$.

【详解】

（1）由 $\rho\sin^2\theta+4\sin\theta-\rho=0$ 得 $\rho^2\sin^2\theta+4\rho\sin\theta-\rho^2=0$．

于是 $4\rho\sin\theta=(\rho\cos\theta)^2$，$\therefore x^2=4y$，

所以曲线 C 的直角坐标方程为 $x^2=4y$．

（2）设直线 l 的倾斜角为 α，则 $\tan\alpha=2$，于是 $\sin\alpha=\dfrac{2\sqrt5}{5}$，$\cos\alpha=\dfrac{\sqrt5}{5}$，

所以直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=1+\dfrac{\sqrt5}{5}t\\ y=1+\dfrac{2\sqrt5}{5}t\end{cases}$（$t$ 为参数）．

将 $\begin{cases}x=1+\dfrac{\sqrt5}{5}t\\ y=1+\dfrac{2\sqrt5}{5}t\end{cases}$，代入 $x^2=4y$ 得 $t^2-6\sqrt5t-15=0$，

所以 $t_1+t_2=6\sqrt5$，$t_1t_2=-15$，

所以 $\dfrac{1}{|PA|}+\dfrac{1}{|PB|}=\dfrac{|PA|+|PB|}{|PA||PB|}=\dfrac{|t_1-t_2|}{-t_1t_2}=\dfrac{\sqrt{(t_1+t_2)^2-4t_1t_2}}{-t_1t_2}=\dfrac{4\sqrt{15}}{15}$．

23．（1）$\{x|\,x\ge4$ 或 $x\leqslant-2\}$；（2）答案见解析．

【详解】

解：（1）当 $m=1$ 时，$f(x)=|x-3|+|x+1|$．

当 $x\le-1$ 时，$f(x)=-x+3-x-1=-2x+2\geqslant6\Rightarrow x\leqslant-2$，所以 $x\leqslant-2$；

当 $-1<x<3$ 时，$f(x)=-x+3+x+1=4\geqslant6$，不成立；

当 $x\ge3$ 时，$f(x)=x-3+x+1=2x-2\geqslant6\Rightarrow x\geqslant4$，所以 $x\ge4$，

所以，综上可知，所求解集为 $\{x|\,x\ge4$ 或 $x\leqslant-2\}$．

（2）要求 $\exists x\in R$，使得 $f(x)<2m$ 时，m 的取值范围，

可先求 $\forall x\in R$，使得 $f(x)\ge2m$ 时，m 的取值范围，

$\forall x\in R$，$f(x)=|x-3|+|x+m|\geqslant|x-3-(x+m)|=|-3-m|\geqslant2m$，

当 $m<0$ 时，$|-3-m|\geqslant2m$ 恒成立；

当 $m\ge0$ 时，$m\le3$，

综上，$\forall x\in R$，使得 $f(x)\ge2m$ 时，m 的取值范围为 $(-\infty,3]$，

故 $\exists x\in\mathbf{R}$，使得 $f(x)<2m$ 时，m 的取值范围为 $(3,+\infty)$．

关于我们

自主选拔在线（原自主招生在线）创办于 2014 年，历史可追溯至 2008 年，隶属北京太星网络科技有限公司，是专注于中国拔尖人才培养的升学咨询在线服务平台。主营业务涵盖：新高考、学科竞赛、强基计划、综合评价、三位一体、高中生涯规划、志愿填报等。

自主选拔在线旗下拥有网站门户（官方网址：www.zizzs.com）、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户达百万量级，网站年度流量超 1 亿量级。用户群体涵盖全国 31 省市，全国超 95%以上的重点中学老师、家长及考生，更有许多重点高校招办老师关注，行业影响力首屈一指。

自主选拔在线平台一直秉承‘’专业、专注、有态度‘’的创办理念，不断探索“K12 教育+互联网+ 大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供中学拔尖人才培养咨询服务，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和全国数百所重点中学达成深度战略合作，累计举办线上线下升学公益讲座千余场，直接或间接帮助数百万考生顺利通过强基计划（自主招生）、综合评价和高考，进入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力，2019 年荣获央广网 “年度口碑影响力在线教育品牌”。

未来，自主选拔在线将立足于全国新高考改革，全面整合高校、中学及教育机构等资源，依托在线教育模式，致力于打造更加全面、专业的新高考拔尖人才培养服务平台。