

2024 届高三第二学期期初质量监测

数 学

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上指定位置上, 在其他位置作答一律无效。
3. 本卷满分为 150 分, 考试时间为 120 分钟。考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 有 8 位同学一次数学测试的分数分别是: 111, 118, 125, 130, 130, 132, 136, 140, 则这组数据的 75 百分位数是  
A. 130                      B. 132                      C. 134                      D. 136
2. 若  $z \in \mathbb{C}$ , 且  $\frac{z-1}{z+1}$  是纯虚数, 则  $|z| =$   
A.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$                       B. 1                      C.  $\sqrt{2}$                       D. 2
3. 已知  $a, b$  均为单位向量, 若  $|a-b|=1$ , 则  $a$  在  $b$  上的投影向量为  
A.  $\frac{\sqrt{3}}{2}a$                       B.  $\frac{1}{2}a$                       C.  $\frac{\sqrt{3}}{2}b$                       D.  $\frac{1}{2}b$
4. 设  $l, m$  是不同的直线,  $\alpha, \beta$  是不同的平面, 则  
A. 若  $l \parallel \alpha, m \parallel \beta, \alpha \parallel \beta$ , 则  $l \parallel m$   
B. 若  $l \parallel m, m \perp \beta, l \perp \alpha$ , 则  $\alpha \parallel \beta$   
C. 若  $\alpha \perp \beta, l \parallel \alpha, m \parallel \beta$ , 则  $l \perp m$   
D. 若  $\alpha \perp \beta, l \parallel \alpha, m \parallel \beta$ , 则  $l \parallel m$
5. 某台小型晚会由 5 个节目组成, 演出顺序有如下要求, 节目甲必须排在前两位, 节目乙不能排在第一位, 则该台晚会节目演出顺序的编排方案共有  
A. 36 种                      B. 42 种                      C. 48 种                      D. 54 种



6. 设直线  $x - ky - 1 = 0$  被圆  $x^2 + y^2 = 2$  所截得的弦的中点为  $M(x_0, y_0)$ , 则  $x_0 + y_0$  的最大值为
- A.  $\sqrt{2} + 1$       B.  $\frac{\sqrt{2}}{2} + 1$       C.  $\frac{\sqrt{2} + 1}{2}$       D.  $\frac{\sqrt{2} - 1}{2}$
7. 已知  $\alpha$  为锐角, 且  $\tan \alpha + \tan\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \frac{5}{3}$ , 则  $\frac{\sin 2\alpha + 1}{\cos 2\alpha} =$
- A.  $-3$       B.  $-2$       C.  $\frac{1}{3}$       D.  $\frac{1}{2}$
8. 已知双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的左、右焦点分别为  $F_1, F_2$ , 以  $C$  的实轴为直径的圆记为  $D$ , 过点  $F_1$  作  $D$  的切线与  $C$  在第一象限交于点  $P$ . 若  $\triangle PF_1F_2$  的面积为  $4a^2$ , 则  $C$  的离心率为
- A.  $\sqrt{2}$       B.  $\sqrt{5} - 1$       C.  $\frac{\sqrt{5} + 1}{2}$       D.  $\sqrt{5}$

二、选择题: 本题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分。在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得 6 分, 部分选对的得部分分, 有选错的得 0 分。

9. 已知函数  $f(x) = (\sin x + \cos x)^2 + \sqrt{3} \cos 2x$ , 则
- A.  $f(x)$  的最小正周期为  $\pi$
- B.  $f(x)$  的一个对称中心为  $\left(-\frac{\pi}{6}, 0\right)$
- C.  $f(x)$  在区间  $\left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right)$  上单调递减
- D.  $f(x)$  在区间  $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$  上有 3 个零点
10. 已知正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  的棱长为 4,  $E, F, G$  分别是棱  $BC, C_1D_1, BB_1$  的中点, 则
- A.  $AE \perp$  平面  $BB_1F$
- B.  $\overline{C_1E}, \overline{BF}, \overline{B_1D_1}$  共面
- C. 平面  $C_1DG$  截正方体所得截面的面积为  $12\sqrt{2}$
- D. 三棱锥  $A - C_1D_1G$  的体积为  $\frac{16}{3}$

11. 已知函数  $f(x)$  的定义域为  $\mathbf{R}$ ,  $f(xy) = xf(y) + yf(x)$ , 则

A.  $f(1) = 1$

B.  $f(x)$  是奇函数

C. 若  $f(2) = 2$ , 则  $f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}$

D. 若当  $x > 1$  时,  $f(x) < 0$ , 则  $g(x) = \frac{f(x)}{x}$  在  $(0, +\infty)$  单调递减

三、填空题: 本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分。

12. 已知数列  $\{a_n\}$  是等比数列, 且  $a_2 a_5 = 4$ . 设  $b_n = \log_2 a_n$ , 数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 则

$S_7 =$  \_\_\_\_\_.

13. 已知随机变量  $X \sim N(2, \sigma^2)$ , 且  $P(X \leq a) = P(X \geq 1)$ , 则  $\left(x - \frac{a}{\sqrt{x}}\right)^6$  的展开式中常数项

为 \_\_\_\_\_.

14. 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = 4$ ,  $\angle BAC = \frac{\pi}{4}$ ,  $\angle ABC = \frac{\pi}{3}$ , 点  $D, E, F$  分别在  $BC, CA, AB$  边上,

且  $DE \perp AC, DF \perp AB$ , 则  $EF$  的最小值为 \_\_\_\_\_.

四、解答题: 本题共 5 小题, 共 77 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

15. (13 分)

不透明的袋子中有 8 个除所标数字外均相同的球, 其中标号为 1 号的球有 3 个, 标号为 2 号的球有 3 个, 标号为 3 号的球有 2 个. 现从这 8 个球中任选 2 个球.

(1) 求选出的这 2 个球标号相同的概率;

(2) 设随机变量  $X$  为选出的 2 个球标号之差的绝对值, 求  $X$  的分布列与数学期望.

16. (15 分)

已知函数  $f(x) = ax + \frac{b}{x} + 2\ln(1-x)$ , 曲线  $y = f(x)$  在  $(-1, f(-1))$  处的切线方程为

$y = 2\ln 2 - 3$ .

(1) 求  $a, b$  的值;

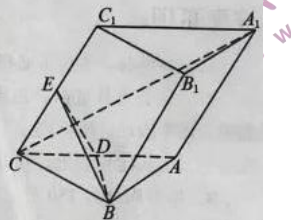
(2) 求  $f(x)$  的单调区间, 并证明  $f(x)$  在  $(-\infty, 0)$  上没有零点.



17. (15分)

如图,在三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  中,平面  $AA_1C_1C \perp$  平面  $ABC$ ,  $\triangle ABC$  为等边三角形,  $AC=CC_1=2$ ,  $\angle ACC_1=60^\circ$ ,  $D, E$  分别是棱  $AC, CC_1$  的中点.

- (1) 求证:  $A_1C \perp$  平面  $BDE$ ;
- (2) 若  $P$  为线段  $B_1C_1$  上的动点 (不包括端点), 求平面  $PBD$  与平面  $BDE$  夹角的余弦值的取值范围.



18. (17分)

设抛物线  $C: y^2 = 2px (p > 0)$ , 过焦点  $F$  的直线与  $C$  交于点  $A, B$ . 当直线  $AB$  垂直于  $x$  轴时,  $|AB| = 2$ .

- (1) 求  $C$  的方程.
- (2) 已知点  $P(1, 0)$ , 直线  $AP, BP$  分别与  $C$  交于点  $C, D$ .
  - ① 求证: 直线  $CD$  过定点;
  - ② 求  $\triangle PAB$  与  $\triangle PCD$  面积之和的最小值.

19. (17分)

对于数列  $\{a_n\}$ , 若存在正数  $k$ , 使得对任意  $m, n \in \mathbb{N}^*, m \neq n$ , 都满足  $|a_m - a_n| \leq k|m - n|$ , 则称数列  $\{a_n\}$  符合 “ $L(k)$  条件”.

- (1) 试判断公差为 2 的等差数列  $\{a_n\}$  是否符合 “ $L(2)$  条件”?
- (2) 若首项为 1, 公比为  $q$  的正项等比数列  $\{a_n\}$  符合 “ $L(\frac{1}{2})$  条件”.
  - ① 求  $q$  的取值范围;
  - ② 记数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 证明: 存在正数  $k_0$ , 使得数列  $\{S_n\}$  符合 “ $L(k_0)$  条件”.

数学试卷 第 4 页 (共 4 页)

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京, 旗下拥有网站 (网址: [www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)) 和微信公众平台等媒体矩阵, 用户群体涵盖

全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线

