学校________ 班级________ 姓名________ 考号________ 座位号________

密 封 线 内 不 要 答 题

2024年全国高考·仿真模拟卷(二)

数 学

注意事项:

1. 本试卷满分150分,考试时间120分钟。
2. 答题前,考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡的相应位置。
3. 全部答案在答题卡上完成,答在本试题卷上无效。
4. 回答选择题时,选出每小题答案后,用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。
5. 考试结束后,将本试题卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 在复平面内,复数 $2+\frac{2+i}{1-2i}$ 对应的点位于

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

2. 集合 $A=\{1,a\}$,$B=\{0,a^2,-a-2\}$,若 $A\subseteq B$,则实数 $a=$

A. 0　　B. 2　　C. 3　　D. -1

3. 2023年我国实施全国第五次经济普查,某社区为了了解居民对经济普查的认识和了解情况,用分层随机抽样的方法作抽样调查,拟从管辖的别墅区和小高层区共抽取50户居民,已知别墅区和小高层区分别有100户和400户居民,则不同的抽样结果共有

A. $C_{100}^{15}\cdot C_{400}^{35}$ 种　　B. $C_{100}^{20}\cdot C_{400}^{30}$ 种

C. $C_{100}^{10}\cdot C_{400}^{40}$ 种　　D. $C_{100}^{40}\cdot C_{400}^{10}$ 种

4. 已知函数 $f(x)=\frac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}(x^4+mx^3+1)$ 是奇函数,则实数 $m=$

A. -1　　B. 0　　C. 1　　D. 2

5. 已知椭圆 $E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1、F_2,$|F_1F_2|=2$,若过 F_2 的直线 l 与 E 交于 A、B 两点,且 $|AB|=|BF_1|=4|BF_2|=\frac{8a}{5}$,则 $a=$

A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$　　B. $\frac{3}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{10}}{2}$　　D. $\frac{5}{2}$

6. 已知函数 $f(x)=a\ln x-e^x+2\,023$ 在区间 $(2,4)$ 上单调递减,则实数 a 的取值范围是

A. $[2e^2,+\infty)$　　B. $[4e^4,+\infty)$

C. $(-\infty,2e^2]$　　D. $(-\infty,4e^4]$

7. 已知 $\alpha\in(\pi,2\pi)$,$\cos\frac{\alpha}{2}=-\frac{4\sqrt{3}+1}{9}$,则 $\cos\frac{\alpha}{4}=$

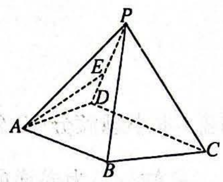
A. $\frac{\sqrt{3}+1}{3}$　　B. $\frac{\sqrt{3}-1}{3}$　　C. $\frac{\sqrt{3}+1}{9}$　　D. $\frac{\sqrt{3}-1}{9}$

8. 设 S_n 是各项均不相同的等比数列$\{r_n\}$的前 n 项和，$S_6=-1$，$S_9=3S_3$，则 $r_{16}+r_{17}+r_{18}=$

A. -32　　B. -16　　C. 16　　D. 32

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项是符合题目要求. 全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9. 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面是直角梯形，$AB/\!/CD$，$AD\perp CD$，平面 $PCD\perp$平面 $ABCD$，$PD=AB=AD=2$，点 E 在棱 PD 上，且 $PE=\frac{2}{3}PD$，则下列说法正确的是



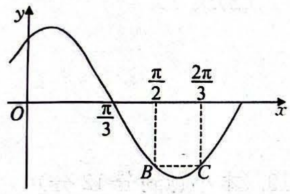
A. $AD\perp$平面 PCD

B. 二面角 $P-AD-B$ 的平面角为$\angle PDC$

C. 若 $PD\perp CD$，$CD=3$，则四棱锥 $P-ABCD$ 的体积为$\frac{5}{3}$

D. 若 $CD=3$，则 $AE/\!/$平面 PBC

10. 已知函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0,0<\varphi<\frac{\pi}{2})$的部分图象如图所示，其中 B,C 两点的纵坐标相等，$f(x)$的图象向左平移$\frac{\pi}{12}$个单位长度得到函数 $g(x)$的图象，则



A. $f(x)=\sin(2x+\frac{\pi}{6})$

B. $g(x)=\cos 2x$

C. $f(x)$图象的一条对称轴方程为 $x=\frac{\pi}{12}$

D. $g(x)$图象的对称中心为$(\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{4},0)$，$k\in\mathbf{Z}$

11. 若函数 $f(x)=ae^{2x}-be^{x}+cx(a\neq 0)$既有极大值也有极小值，则

A. $ab>0$　　B. $bc<0$　　C. $ac>0$　　D. $b^2>8ac$

12. 小华玩一种跳棋游戏，一个箱子中装有大小质地均相同的且标有 1～10 的 10 个小球，每次随机抽取一个小球并放回，规定：若每次抽取号码小于或等于 5 的小球，则前进 1 步，若每次抽取号码大于 5 的小球，则前进 2 步. 每次抽取小球互不影响，记小华一共前进 n 步的概率为 p_n，则下列结论正确的是

A. $p_2=\frac{3}{4}$　　B. $p_n=\frac{1}{2}p_{n-1}+\frac{1}{2}p_{n-2}(n\geqslant 3)$

C. $p_n=1-\frac{1}{2}p_{n-1}(n\geqslant 2)$　　D. 小华一共前进 3 步的概率最大

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(m,2)$，$\boldsymbol{b}=(1,3)$，且$(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\perp\boldsymbol{b}$，则$|\boldsymbol{a}|=$________.

14. 斛，是古代计量和存储粮食的器物，起源与春秋时期，如图是一清代的木斛，口小底大，呈正四棱台型，已知该斛上、下底面边长分别为 2 和 6，侧面梯形的高为 $2\sqrt{17}$，则该斛的容积为________.（忽略其厚度）

15. 已知$\odot C$与 x 轴正半轴相切，圆心在直线 $y=4x$ 上，且直线 $x=0$ 被$\odot C$所截得的弦长为 $4\sqrt{15}$，则$\odot C$ 的标准方程为________.

16. 过点 $M(2,1)$作斜率为 k 的直线 l 与抛物线 $E:x^2=4y$ 交于另一点 N，MN 的中点为 P，点 Q 在抛物线 E 上，且 $PQ\perp x$ 轴，若点 R 满足$\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{QR}$，且$|MR|\geqslant 2\sqrt{2}$，则 k 的取值范围是________.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演变步骤。

17.（本小题满分 10 分）

记△ABC 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，且 $\sin B=2\sin A\sin C$.

(1)若 $b=3$，求△ABC 的面积；

(2)若 $C=\frac{\pi}{4}$，求 $\frac{c}{a}$ 的值.

18.（本小题满分 12 分）

已知 $\{a_n\}$ 为递增的等差数列，$a_n\in\mathbf{N}^*$，$b_n=\begin{cases}2a_n-1, n\text{ 为奇数},\\ 2^{a_n}, n\text{ 为偶数}.\end{cases}$ 记 T_n 为数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和，且 $T_3=10$.

(1)求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2)求 T_n.

19.（本小题满分 12 分）

某科研团队经过研究发现某种皮肤病的患病者与未患病者的某项医学检查指标有明显差异，经过大量调查，得到如下的皮肤病患病者和未患病者该指标的频率分布表：

患病者

医学检查指标区间	[70,80)	[80,90)	[90,100)	[100,110)	[110,120]
频率	0.03	0.06	0.21	0.4	0.3

未患病者

医学检查指标区间	[40,50)	[50,60)	[60,70)	[70,80)	[80,90]
频率	0.32	0.42	0.18	0.05	0.03

利用该指标制定一个检测标准，需要确定临界值 k，将该指标大于 k 的人判定为阳性（患病），小于或等于 k 的人判定为阴性（未患病）. 此检测标准的漏诊率是将患病者判定为阴性的概率，记为 $f(k)$；误诊率是将未患病者判定为阳性的概率，记为 $g(k)$. 假设数据在组内均匀分布，以事件发生的频率作为相应事件发生的概率.

(1)当漏诊率 $f(k)=1.5\%$ 时，求临界值 k 和误诊率 $g(k)$；

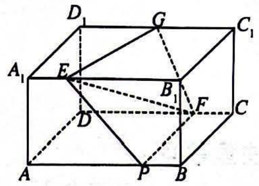
(2)设函数 $h(k)=f(k)+g(k)$，当 $k\in[70,90]$ 时，求 $h(k)$ 的解析式，并求 $h(k)$ 在区间 $[70,90]$ 上的最小值.

20.(本小题满分12分)

如图,直四棱柱$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中,底面$ABCD$为矩形,且$AB=2AD=2AA_1=4$,G是D_1C_1的中点,P、E、F分别是棱AB、A_1B_1、CD上的点,且$FC=PB$.

(1)证明:$GF\perp PF$;

(2)当$A_1E=FC=PB=1$时,求二面角$G-EF-P$的大小.



21.(本小题满分12分)

已知双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的虚轴长为2,离心率为$\frac{\sqrt{5}}{2}$.

(1)求C的方程;

(2)过点$D(1,0)$的直线l交双曲线C与G、H两点,直线l上的一点E满足$\overrightarrow{DG}=\lambda\overrightarrow{GE}$,$\overrightarrow{DH}=\mu\overrightarrow{HE}$,其中$\lambda+\mu=0$,证明:点$E$在定直线上.

22.(本小题满分12分)

(1)证明:$e^x\geqslant ex$;

(2)已知函数$f(x)=e^x-\frac{1}{2}mx^2(m\geqslant 0)$存在极值点,求$m$的取值范围.

密 封 线 内 不 要 答 题

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。