

12. 已知 $x+e^t=y+\ln y$, 且 $t=y-x+1$, 则实数 t 的最小值为 ()

- A. 1 B. $\frac{1}{e}$ C. 2 D. $\frac{2}{e}$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 直线 $y=\sqrt{3}x+1$ 与抛物线 $x^2=4y$ 交于 A, B 两点, 则 $|AB|$ = _____.

14. 点 (x, y) 满足不等式组 $\begin{cases} x-y \leq 0, \\ 4x+y \leq 15, \\ x \geq 1. \end{cases}$ 若 $z=ax+y$ 的最小值为 0, 则实数 a 的值为 _____.

15. 已知 $\odot C$ 的圆心在直线 $x-y+4=0$ 上, 且 $\odot C$ 与 y 轴和直线 $x-y+8=0$ 均相切, 则 $\odot C$ 的半径为 _____.

16. 已知函数 $f(x)=e^{-x}-e^x$, 若函数 $h(x)=f(x-3)+x+1$, 则函数 $h(x)$ 的图象的对称中心为 _____; 若数列 $\{a_n\}$ 为等差数列, $a_1+a_2+a_3+\dots+a_{2022}=6066$, 则 $h(a_1)+h(a_2)+\dots+h(a_{2022})$ = _____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答, 第 22, 23 题为选做题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (本小题满分 12 分) 某校随机调查了 100 名学生, 统计发现其中有 60 名学生喜欢户外运动, 然后对他们进行了一场体育测试, 得到如下不完整的 2×2 列联表:

项目	喜欢户外运动	不喜欢户外运动	合计
体育测试成绩非优秀	10	15	
体育测试成绩优秀			
合计			

(1) 补全 2×2 列联表, 并分别估计该校喜欢户外运动和不喜欢户外运动的学生体育测试成绩优秀的概率;

(2) 根据列联表分析, 能否有 95% 的把握认为该校学生体育测试是否优秀与喜欢户外运动有关?

附: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, 其中 $n=a+b+c+d$.

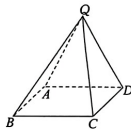
$P(K^2 \geq k_0)$	0.100	0.050	0.010
k_0	2.706	3.841	6.635

18. (本小题满分 12 分) 在四棱锥 $Q-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是正方形, 若 $AD=2, QD=$

$QA=\sqrt{5}, QC=3$.

(1) 证明: 平面 $QAD \perp$ 平面 $ABCD$;

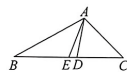
(2) 求四棱锥 $Q-ABCD$ 的体积与表面积.



19. (本小题满分 12 分) 在 $\triangle ABC$ 中, D 是边 BC 上的点, $\angle BAC=120^\circ, |AD|=1$, AD 平分 $\angle BAC$, $\triangle ABD$ 的面积是 $\triangle ACD$ 的面积的两倍.

(1) 求 $\triangle ACD$ 的面积;

(2) 求 $\triangle ABC$ 的边 BC 上的中线 AE 的长.



20. (本小题满分 12 分) 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的离心率为 $\sqrt{5}$, 且双曲线 C 过点 $A(\sqrt{2}, 2)$, 直线 l 交双曲线 C 于 P, Q 两点 (异于点 A), 直线 AP, AQ 的倾斜角互补.

(1) 求双曲线 C 的标准方程;

(2) 求证: 直线 l 与直线 $2\sqrt{2}x + y = 0$ 平行.

21. (本小题满分 12 分) 已知函数 $f(x) = \ln x - ax$.

(1) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性;

(2) 当 $a = 1$ 时, 若 $f(x_1) = f(x_2) (x_1 < x_2)$, 求证: $x_1 + x_2 > 2$.

(二) 选做题: 共 10 分.

请考生在 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. (本小题满分 10 分) [选修 4-4: 坐标系与参数方程]

在平面直角坐标系 xOy 中, 已知直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = 1 + \frac{4}{5}t, \\ y = \frac{3}{5}t \end{cases} (t \text{ 为参数})$, 抛

物线 C 的极坐标方程为 $\rho \sin^2 \theta = 4 \cos \theta$.

(1) 求直线 l 和抛物线 C 的直角坐标方程;

(2) 求直线 l 被抛物线 C 截得的弦长.

23. (本小题满分 10 分) [选修 4-5: 不等式选讲]

已知 a, b, c 是正实数, 且 $a + b + c = 3$. 求证:

(1) $abc \leq 1$;

(2) $4a^2 + 4b^2 + c^2 \geq 6$.