

保密★启用前

山东中学联盟 2021 级高三 12 月全省大联考

数 学

命题学校: 菏泽一中 审题学校: 临沂一中



注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置。
2. 选择题的作答: 选出每小题答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题 (本题共 8 个小题, 每小题 5 分, 共 40 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合要求。)

1. 设集合 $A = \{x | 1 < x < 4\}$, $B = \{x | y = \ln(x^2 - 2x - 3)\}$, 则 $A \cap B =$

- A. (1, 4) B. (3, 4) C. (1, 3) D. (1, 2)

2. 复数 $z = \frac{2-i}{2+i}$ (i 为虚数单位) 的共轭复数在复平面内对应的点所在象限为

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

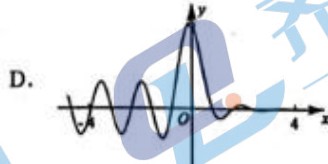
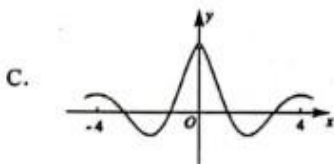
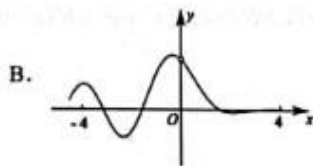
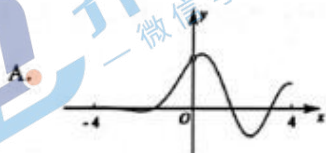
3. 若点 A, B, C 不共线, 则“ \vec{BA} 与 \vec{BC} 的夹角为钝角”是“ $|\vec{BA} + \vec{BC}| < |\vec{AC}|$ ”的

- A. 充分不必要条件 B. 充分必要条件
C. 必要不充分条件 D. 既不充分也不必要条件

4. 地震级别常用里氏级 M 表示, 它与地震强度 E 满足的关系为 $M = \lg E$ 。如中国汶川 2008 年地震是 8.0 级, 中国玉树 2010 年地震是 7.1 级, 则 2008 年汶川大地震强度是玉树 2010 年地震强度的几倍 (参考数值 $\lg 2 \approx 0.3$)

- A. 3 B. 6 C. 8 D. 9

5. 调和信号是指频率恒定的一种信号, 三角函数性质可以表达调和信号的周期性, 指数函数可用来描述信号的衰减。已知一个调和信号的函数为 $f(x) = \frac{\sin 2x}{e^x - 1}$, 它的图象大致为



6. 已知 $\cos(\beta - \alpha) = \frac{3}{5}$, $\tan\alpha \tan\beta = \frac{1}{2}$, 则 $\cos 2(\alpha + \beta) =$

- A. $-\frac{2}{25}$ B. $\frac{23}{25}$ C. $\frac{2}{25}$ D. $-\frac{23}{25}$

7. 已知双曲线 $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (b > 0)$ 的右焦点到其一条渐近线的距离等于 $\sqrt{2}$, 抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点与双曲线的右焦点重合, 则抛物线上一动点 M 到直线 $l_1: 4x - 3y + 8 = 0$ 和 $l_2: x = -3$ 的距离之和的最小值为

- A. $\frac{11}{5}$ B. $\frac{14}{5}$ C. $\frac{16}{5}$ D. $\frac{21}{5}$

8. 已知函数 $f(x) = e^{2x}$, $g(x) = x + 1$, 对任意 $x_1 \in \mathbb{R}$, 存在 $x_2 \in (-1, +\infty)$, 使 $f(x_1) = g(x_2)$ 成立, 则 $x_2 - x_1$ 的最小值为

- A. $-\frac{1}{2} \ln 2$ B. 1 C. $-\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \ln 2$ D. $-2 + \ln 2$

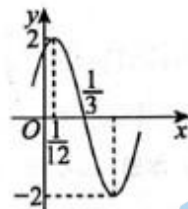
二、选择题 (本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求, 全部选对得 5 分, 部分选对得 2 分, 有选错的得 0 分)

9. 已知 $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} = 1 (a > 0, b > 0)$, 则下列结论正确的是

- A. ab 的最小值为 8 B. $a + b$ 的最小值为 $3 + 2\sqrt{2}$
C. $\frac{2}{a} + \frac{1}{b}$ 的最大值为 2 D. $\frac{1}{a^2} + \frac{4}{b^2}$ 的最小值为 $\frac{1}{2}$

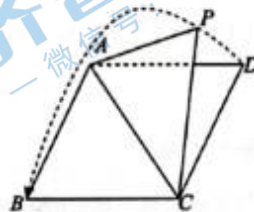
10. 已知函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi) (A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2})$ 的部分图象如图所示, 下列结论正确的是

- A. 函数 $f(x)$ 的图象关于 $(-\frac{5}{12}, 0)$ 对称
B. 函数 $f(x)$ 在 $[\frac{1}{4}, 1]$ 的值域为 $[-2, \sqrt{3}]$
C. 函数 $f(x)$ 在 $[\frac{7}{6}, \frac{3}{2}]$ 单调递减
D. 要得到函数 $g(x) = A \cos(\omega x + \varphi)$ 的图象, 只需将函数 $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{1}{4}$ 个单位



11. 如图, 已知菱形 $ABCD$ 的边长为 2, $\angle ADC = 60^\circ$, 将 $\triangle ACD$ 沿 AC 翻折为三棱锥 $P-ABC$, 点 P 为翻折过程中点 D 的位置, 则下列结论正确的是

- A. 无论点 P 在何位置, 总有 $AC \perp PD$
B. 点 P 存在两个位置, 使得 $V_{P-ABC} = 1$ 成立
C. 当 $PB = \sqrt{6}$ 时, 边 AD 旋转所形成的曲面的面积为 $\frac{\sqrt{3}\pi}{2}$
D. 当 $PB = 2$ 时, M 为 PB 上一点, 则 $|AM| + |CM|$ 的最小值为 $2\sqrt{2}$



12. 已知函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的定义域均为 \mathbb{R} , $f(x+1)+g(x-2)=3$, $f(x-1)-g(-x)=1$, 且 $g(-1)=2$, $g(x-1)$ 为偶函数, 下列结论正确的是

- A. $f(x)$ 的周期为 4
B. $g(3)=2$
C. $\sum_{k=1}^{2024} g(k)=4048$
D. $\sum_{k=1}^{2024} f(k)=4048$

三、填空题 (每小题 5 分, 共 20 分)

13. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \log_2 x, & x > 0 \\ -\sin x, & x \leq 0 \end{cases}$, 则 $f(f(-\frac{\pi}{4})) =$ _____

14. 已知圆 C 上的点 $A(2,0)$ 关于直线 $x+3y+6=0$ 的对称点仍然在这个圆上, 且圆 C 的圆心在 x 轴上, 则圆 C 的标准方程是 _____

15. 米斗是我国古代称量粮食的量器, 是官仓、粮栈、米行及地主家里必备的用具, 其外形近似一个正四棱台. 米斗有着吉祥的寓意, 是丰饶富足的象征, 带有浓郁的民间文化的味, 如今也成为了一种颇具意趣的藏品. 已知一个斗型工艺品上下底面边长分别为 4 和 2, 侧棱长为 $2\sqrt{5}$, 则其外接球的体积为 _____



16. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = \frac{3}{2}$, $a_{n+1} = a_n^2 - a_n + 1 (n \in \mathbb{N}^*)$, 数列 $\{\frac{1}{a_n}\}$ 的前 n 项和为 S_n , 设 $x \in \mathbb{R}$, $[x]$ 表示不大于 x 的最大整数. 则 $[S_{2023}] =$ _____

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤

17. (本小题满分 10 分)

已知 $f(x) = \sqrt{3} \sin \omega x \cos \omega x - \cos^2 \omega x (\omega > 0)$ 的最小正周期为 π .

- (1) 求 $f(\frac{2\pi}{3})$ 的值;
(2) 在 $\triangle ABC$ 中内角, 角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c , 若 $a=3c, b=\sqrt{2}, f(B) = \frac{1}{2}$, 求 c 的值.

18. (本小题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 是等差数列, 其前 n 项和为 S_n , $a_2 + a_3 = 10, S_{10} = 110$, 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , 满足 $3T_n = 2b_n + 1$

(1)求数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 的通项公式;

(2)把数列 $\{a_n\}$ 和数列 $\{b_n\}$ 中的相同项按从小到大的顺序组成新数列 $\{c_n\}$, M_n 是数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和, 求 M_n .

19. (本小题满分 12 分)

设函数 $f(x) = e^x - ax - 1$

(1) 当 $a=1$ 时, 求曲线 $f(x)$ 在 $x=1$ 处的切线方程.

(2) 讨论函数 $f(x)$ 在区间 $[0, 1]$ 上零点的个数.

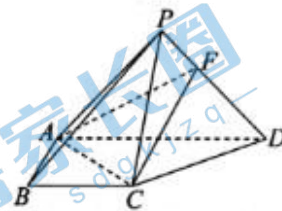
20. (本小题满分 12 分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 侧面 $PAD \perp$ 底面 $ABCD$, 侧棱 $PA = PD = \sqrt{2}$, 底面 $ABCD$ 为直角梯形, 其中 $BC \parallel AD$, $AB \perp AD$, $AD = 2AB = 2BC = 2$, $\overline{PF} = \frac{1}{2}\overline{FD}$.

(1) 证明: $PB \parallel$ 平面 ACF ;

(2) 在线段 PB 上是否存在一点 H , 使得 CH 与平面 ACF 所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{30}}{6}$? 若存在,

求出线段 PH 的长度; 若不存在, 请说明理由.



21. (本小题满分 12 分)

已知圆 $C: x^2 + y^2 + 2\sqrt{2}x - 10 = 0$, 点 P 是圆 C 上的动点, 点 $F(\sqrt{2}, 0)$ 是圆 C 内一点, 线段 PF 的垂直平分线交 CP 于点 Q , 当点 P 在圆 C 上运动时点 Q 的轨迹为 E .

(1) 求 E 的方程;

(2) 设 M, N 是曲线 E 上的两点, 直线 MN 与曲线 $x^2 + y^2 = b^2 (x > 0)$ 相切. 证明: 当 $|MN| = \sqrt{3}$ 时, M, N, F 三点共线.

22. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = x + \frac{2a \ln x}{x}, a \in \mathbb{R}$.

(1) 当 $a = -\frac{1}{2}$ 时, 求函数 $f(x)$ 的极值;

(2) 若 $f(x)$ 有两个极值点 x_1, x_2 , 证明: $f(x_1) + f(x_2) > 4(x_1 + x_2)$

关于我们

齐鲁家长圈系业内权威、行业领先的自主选拔在线旗下子平台，集聚高考领域权威专家，运营团队均有多年高考特招研究经验，熟知山东新高考及特招政策，专为山东学子服务！聚焦山东新高考，提供新高考资讯、新高考政策解读、志愿填报、综合评价、强基计划、专项计划、双高艺体、选科、生涯规划等政策资讯服务，致力于做您的山东高考百科全书。

第一时间获取山东高考升学资讯，关注齐鲁家长圈微信号：**sdgkjzq**。



微信搜一搜

齐鲁家长圈

打开“微信 / 发现 / 搜一搜”搜索