

数 学

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。
4. 本试卷主要考试内容:高考全部内容。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 复数 $(2+i)(-1+i)$ 在复平面内对应的点位于
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
2. 若集合 $A = \{x \in \mathbb{N} | x^2 + x - 2 \leq 0\}$, 则集合 A 的子集的个数为
A. 2 B. 3 C. 4 D. 8
3. 双曲线 $\frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{8} = 1$ 的上顶点到其一条渐近线的距离为
A. $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ B. $\frac{4\sqrt{6}}{3}$ C. $2\sqrt{2}$ D. 2
4. 已知 $a = 2^{\log_4 3}$, $b = \log_4 8$, $c = 3^{0.6}$, 则
A. $a < b < c$ B. $b < c < a$
C. $c < b < a$ D. $b < a < c$
5. 用 2 个 0, 2 个 1 和 1 个 2 组成一个五位数, 则这样的五位数有
A. 8 个 B. 12 个 C. 18 个 D. 24 个
6. 若 $P(x, y)$ 是圆 $C: x^2 + y^2 - 8x + 6y + 16 = 0$ 上一点, 则 $x^2 + y^2$ 的最小值为
A. 2 B. 4 C. 6 D. 8
7. 某圆锥的轴截面是一个边长为 4 的等边三角形, 在该圆锥中内接一个圆柱, 则该圆柱的侧面积的最大值为
A. 2π B. $\sqrt{3}\pi$ C. $2\sqrt{3}\pi$ D. 4π
8. 已知 M 是抛物线 $C: y^2 = 4x$ 上的一点, 直线 $l: x - y + 5 = 0$, 过点 M 作与 l 的夹角为 30° 的直线, 交 l 于点 A . 设 d 为点 M 到 y 轴的距离, 则 $|AM| + 2d$ 的最小值为
A. $6\sqrt{2} - 1$ B. $6\sqrt{2} - 2$ C. $4\sqrt{2} - 1$ D. $4\sqrt{2} - 2$

二、选择题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分,部分选对的得 2 分,有选错的得 0 分。

9. 已知 $a > 0, b > 0, a + b = ab$, 则
A. $a + b \geq 4$ B. $ab \leq 4$ C. $a + 4b \geq 9$ D. $\frac{1}{a^2} + \frac{2}{b^2} \geq \frac{2}{3}$

10. 古希腊数学家毕达哥拉斯通过研究正五边形和正十边形的作图,发现了黄金分割率,黄金分割率的值也可以用 $2\sin 18^\circ$ 表示. 下列结果等于黄金分割率的值的是

- A. $\sin 102^\circ + \sqrt{3}\cos 102^\circ$ B. $\frac{\sin 36^\circ}{\sin 108^\circ}$
C. $\frac{2\tan 9^\circ \cos 18^\circ}{1 - \tan^2 9^\circ}$ D. $2\cos 78^\circ + 2\cos 42^\circ$

11. 已知函数 $f(x) = \sin 2x + a\cos 2x$, 且 $f(x) \leq |f(\frac{7\pi}{12})|$ 对 $x \in \mathbf{R}$ 恒成立, 则

- A. $a = \pm\sqrt{3}$
B. $f(x)$ 的图象关于点 $(-\frac{\pi}{6}, 0)$ 对称
C. 若方程 $f(x) = \sqrt{3}$ 在 $(0, m)$ 上有 2 个实数解, 则 $m \in (\pi, \frac{7\pi}{6}]$
D. $f(x)$ 的图象与直线 $24x - 9\pi y - 8\pi = 0$ 恰有 5 个交点

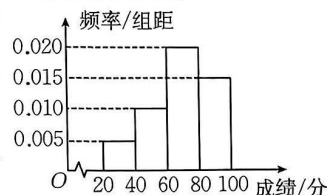
12. 在边长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 动点 M 满足 $\overrightarrow{AM} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AD} + (1-x-y) \cdot \overrightarrow{AA_1}$ ($x \geq 0, y \geq 0, x+y \leq 1$). 下列说法正确的是

- A. 四面体 MB_1D_1C 的体积为 $\frac{1}{6}$
B. 若 $AM = \frac{\sqrt{5}}{3}$, 则 M 的轨迹长度为 $\frac{2\sqrt{2}\pi}{3}$
C. 异面直线 BM 与 D_1C_1 所成角的余弦值的最大值为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$
D. 有且仅有三个点, 使得 $A_1M \perp AM$

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡中的横线上.

13. 已知 S_n 是等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, $a_1 + a_2 = 1, a_2 + a_3 = 2$, 则 $S_5 =$ \blacktriangle .

14. 某班的全体学生参加化学测试, 成绩的频率分布直方图如图所示, 数据的分组依次为 $[20, 40), [40, 60), [60, 80), [80, 100]$, 则该班学生化学测试成绩的第 40 百分位数为 \blacktriangle .



15. 若 O 为坐标原点, 过点 $P(1, 1)$ 的直线 l 与函数 $f(x) = \frac{2^{x+1}}{2^x - 2}$ 的

图象交于 A, B 两点, 则 $(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}) \cdot \overrightarrow{OP} =$ \blacktriangle .

16. 关于 x 的方程 $x^2 + mxe^x + me^{2x} = 0$ 有 3 个不等实数根, 则 m 的取值范围是 \blacktriangle .

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 2AC, \angle BAC = \frac{2\pi}{3}, D$ 为边 BC 上一点.

(1) 若 $BC = \sqrt{7}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积;

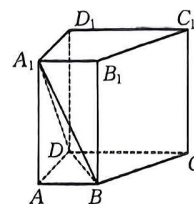
(2) 若 $AD \perp AB$, 求 $\frac{BD}{DC}$.

18. (12分)

在直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB \parallel DC$, $AB \perp AD$, $AB=AD=2$, $DC=DD_1=4$.

(1) 证明: 平面 $A_1BD \perp$ 平面 B_1BCC_1 .

(2) 求平面 A_1BD 与平面 DCC_1D_1 夹角的余弦值.



19. (12分)

一只蚂蚁位于数轴 $x=0$ 处, 这只蚂蚁每隔一秒钟向左或向右移动一个单位长度, 设它向右移动的概率为 $\frac{2}{3}$, 向左移动的概率为 $\frac{1}{3}$.

(1) 已知蚂蚁 2 秒后所在位置对应的实数为非负数, 求 2 秒后这只蚂蚁在 $x=0$ 处的概率;

(2) 记蚂蚁 4 秒后所在位置对应的实数为 X , 求 X 的分布列与期望.

20. (12分)

已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1} + a_n = 2n$.

(1) 若 $\{a_n\}$ 为等差数列, 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 记 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 不等式 $(-1)^n \lambda < S_{2n} - 8n + 9$ 对 $n \in \mathbf{N}^*$ 恒成立, 求 λ 的取值范围.

21. (12分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的上、下顶点分别是 A, B , 点 P (异于 A, B 两点) 在椭圆 C

上, 直线 PA 与 PB 的斜率之积为 $-\frac{4}{9}$, 椭圆 C 的长轴长为 6.

(1) 求 C 的标准方程;

(2) 已知 $T(0, 1)$, 直线 PT 与椭圆 C 的另一个交点为 Q , 且直线 AP 与 BQ 相交于点 D , 证明: 点 D 在定直线上.

22. (12分)

已知 x_1, x_2, x_3 是关于 x 的方程 $|x \ln x| = a$ 的三个不同的根, 且 $x_1 < x_2 < x_3$.

(1) 求 a 的取值范围;

(2) 证明: $x_1 x_2 x_3 \leq e^{-\frac{5}{3}}$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

