

座位号 _____
 考场号 _____
 考生号 _____
 姓名 _____
 班级 _____
 县(市、区) _____

绝密★启用前

大联考
2023—2024 学年(上)南阳六校高二年级期末考试

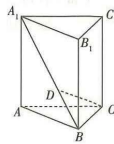
数 学

考生注意:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号填写在试卷和答题卡上,并将考生号条形码粘贴在答题卡上的指定位置.
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑.如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号.回答非选择题时,将答案写在答题卡上.写在本试卷上无效.
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回.

一、单项选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知随机变量 X, Y 满足 $Y = -2X$, 且 $DX = 2$, 则 $DY =$
A. 16 B. 8 C. 4 D. -4
2. 双曲线 $E: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{4a^2} = 1 (a > 0)$ 的离心率为
A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ C. $\sqrt{2}$ D. $\sqrt{5}$
3. 已知直线 l 过点 $(1, 3)$, 且在 y 轴上的截距为在 x 轴上的截距的 2 倍, 则直线 l 的方程为
A. $3x - y = 0$ B. $2x + y - 5 = 0$
C. $3x - y = 0$ 或 $2x + y - 5 = 0$ D. $3x - y = 0$ 或 $x + 2y - 7 = 0$
4. 直线 $x - y = 0$ 被圆 $(x - 1)^2 + y^2 = 1$ 截得的弦长为
A. $\frac{\sqrt{2}}{4}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. 1 D. $\sqrt{2}$
5. 如图,在三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $\vec{A_1D} = 2\vec{DB}$, 若 $\vec{CD} = x\vec{CA} + y\vec{CB} + z\vec{CC_1}$, 则 $x + y + z =$
A. 1 B. $\frac{4}{3}$
C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{5}{3}$

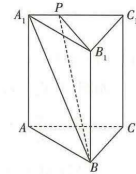


数学试题 第 1 页(共 4 页)

6. 某班有 45 名学生,最近一次的市联考数学成绩 X 服从正态分布 $N(95, \sigma^2)$, 若 $X \in [75, 115]$ 的学生人数为 18, 则 $P(X > 115) =$
A. 0.2 B. 0.25 C. 0.3 D. 0.35
7. 把 6 个不同的小球随机放入 3 个不同的盒子中,若每个盒子中至少有 1 个小球,则不同放法的种数为
A. 540 B. 630 C. 1 080 D. 1 260
8. 在四面体 $OABC$ 中, $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = \vec{OA} \cdot \vec{OC} = \vec{OB} \cdot \vec{OC} = 0$, $|\vec{OC}| = \frac{3}{2}|\vec{OB}| = 3|\vec{OA}| = 3$, $|\vec{OD}| = 2|\vec{DC}|$, 若点 G 为 $\triangle ABC$ 的重心, 则点 G 到直线 BD 的距离为
A. $\frac{\sqrt{2}}{4}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{6}$

二、多项选择题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.在每小题给出的四个选项中,有多项符合题目要求,全部选对的得 5 分,部分选对的得 2 分,有选错的得 0 分.

9. 在一个袋中装有除颜色外其余完全一样的 3 个黑球, 3 个白球, 现从中任取 4 个球, 设这 4 个球中黑球的个数为 X , 则
A. X 服从二项分布 B. X 的值最小为 1
C. $P(X=2) = \frac{3}{5}$ D. $EX=2$
10. 若平面 α, β 的法向量分别是 $\vec{n}_1 = (3, -4, 2)$, $\vec{n}_2 = (-2, 0, 3)$, 直线 l 的方向向量为 $\vec{a} = (2, 0, -3)$, 直线 m 的方向向量为 $\vec{b} = (0, 2, -1)$, 则
A. $\alpha \perp \beta$ B. $l \parallel \alpha$
C. l 与 m 为相交直线 D. \vec{a} 在 \vec{b} 上的投影向量为 $(0, \frac{6}{5}, -\frac{3}{5})$
11. 如图,在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $\angle ACB = \frac{\pi}{2}$, $AC = BC = 2$, $CC_1 = 3$, P 是棱 A_1C_1 上的动点, 则
A. 平面 $PBB_1 \perp$ 平面 ABC
B. 存在点 P , 使 $BP = \frac{7}{2}$
C. 存在点 P , 使点 C_1 到平面 PBB_1 的距离为 $\frac{\sqrt{6}}{2}$
D. 存在点 P , 使直线 B_1P 与 BA_1 所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{102}}{17}$
12. 过抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点 F 的直线交 C 于 A, B 两点, 若 $|AF| = 5$, 且 $|AF| > |BF|$, 则
A. $|BF| = \frac{5}{4}$ B. 直线 AB 的斜率为 $\frac{4}{3}$
C. 以线段 AB 为直径的圆与 C 的准线相切 D. $\triangle ABO$ (O 为坐标原点) 的面积为 $\frac{5}{2}$



数学试题 第 2 页(共 4 页)

三、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分.

13. 已知圆 $C_1: (x-1)^2 + (y+1)^2 = 4$ 与圆 $C_2: (x-4)^2 + (y+1)^2 = r^2 (r>0)$ 外切, 则 $r =$ _____.

14. 已知 $P(A) = \frac{5}{6}, P(B|\bar{A}) = \frac{1}{2}$, 则 $P(\bar{A}B) =$ _____.

15. 已知抛物线 $E: x^2 = 4y$ 的焦点 F 关于直线 $l: ax - y - 4 = 0$ 的对称点 Q 恰在 E 的准线上, 则 $a =$ _____.

16. 已知点 P 为动直线 $l: y = kx - k - 1$ 所过的定点, 若椭圆 $\frac{x^2}{18} + \frac{y^2}{9} = 1$ 截直线 l 所得的弦被点 P 平分, 则 $k =$ _____.

四、解答题: 共70分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10分)

已知 $(x - \frac{2}{\sqrt{x}})^n$ 的展开式中二项式系数之和与各项系数之和的乘积为 64.

(I) 求 n 的值;

(II) 求展开式中二项式系数最大的项.

18. (12分)

已知圆 C 的圆心为直线 $x + y - 2 = 0$ 与直线 $3x - y - 6 = 0$ 的交点, 且圆 C 的半径为 $\sqrt{5}$.

(I) 求圆 C 的标准方程;

(II) 若 P 为圆 C 上任意一点, $M(8, 0)$, 点 Q 满足 $\vec{PM} = 2\vec{QM}$, 求点 Q 的轨迹方程.

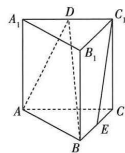
19. (12分)

如图, 在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AC = 2BC = CC_1 = 2$, D, E 分别是棱 A_1C_1, BC 的中点,

$\angle BAC = \frac{\pi}{6}$.

(I) 证明: $C_1E \parallel$ 平面 ABD ;

(II) 求直线 BC 与平面 ABD 所成角的正弦值.



数学试题 第3页(共4页)

20. (12分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的长轴长为 10, 离心率为 $\frac{3}{5}$.

(I) 求 C 的方程;

(II) 若 C 的左焦点为 F , 直线 $l: 4x - 5y - 12 = 0$ 与 C 交于 A, B 两点, 求 $\triangle ABF$ 的面积.

21. (12分)

已知双曲线 $E: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的离心率为 2, 右焦点 $F(c, 0) (c > 0)$ 到直线 $l: x = -\frac{a^2}{c}$ 的距离为 5.

(I) 求 E 的方程;

(II) 设过点 F 的直线与 E 的右支交于 A, B 两点, 线段 AB 的垂直平分线分别交直线 l 和 AB 于点 P, Q , 证明: $\frac{|PQ|}{|AB|} < \frac{5}{12}$.

22. (12分)

2023年12月4日是我国第十个国家宪法日. 为加强宪法学习宣传, 弘扬宪法精神, 某省总工会举办宪法闯关网络知识竞赛活动. 每轮共分两关, 每关设有两题, 闯每关时两题都要作答, 只有第一关的两题均答对, 才能闯第二关, 否则本轮闯关失败. 已知甲第一关每道题答对的概率均为 $\frac{3}{4}$, 第二关每道题答对的概率均为 $\frac{2}{3}$, 两关至少答对 3 题才可获得一次抽奖机会.

(I) 求甲在一轮闯关中闯关失败的概率;

(II) 记甲在一轮闯关中答对的题目数为 X , 请写出 X 的分布列, 并求 EX ;

(III) 若每人可参加多轮闯关, 且各轮之间相互独立, 甲进行 5 轮闯关, 求他恰好获得 3 次抽奖机会的概率.

数学试题 第4页(共4页)

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：
www.zizs.com](http://www.zizs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：[zizzsw](https://www.zizs.com)。



微信搜一搜

自主选拔在线