2024 届高三数学模拟卷参考答案(文科)

1. A　因为 $A=\{x|x>0\}$,$B=\{0,1,2\}$,所以 $A\cup B=\{x|x\geqslant 0\}$.

2. A　因为 $z_1=12-3i$,$z_2=-9+i$,所以 $z_1+z_2=3-2i$,其实部与虚部分别为 $3,-2$.

3. C　因为小张已经抽取了 1 本文学杂志,所以小李只能在剩下的 11 本杂志中抽取 1 本,则小李抽取的是科学杂志的概率为 $\frac{5}{11}$.

4. D　因为 $x^2>5$,所以 $x^2-5>0$,则 $y=x^2-5+\frac{1}{x^2-5}+5\geqslant 2\sqrt{1}+5=7$,当且仅当 $x^2-5=\frac{1}{x^2-5}$,即 $x^2=6$ 时,等号成立.所以 $y=x^2+\frac{1}{x^2-5}(x^2>5)$ 的最小值为 7.

5. C　设平面 α 截球 O 所得截面圆的半径为 r,则 $\pi r^2=12\pi$,即 $r^2=12$.设球 O 的半径为 R,则 $R^2=r^2+(\sqrt{2})^2=14$,所以球 O 的表面积为 $4\pi R^2=56\pi$.

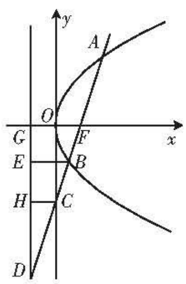
6. C　若输出的 $y=3$,则 $x=2$ 或 $5<x\leqslant 6$,A 错误.若输出的 $y=4$,则 $x=3$ 或 $x>6$,B 错误.若输出的 $y=2$,则 $x=1$,C 正确.输出的 y 的最大值为 6,D 错误.

7. D　$T=\frac{2\pi}{\frac{\pi}{5}}=10$,A 错误.因为 $f(\frac{4}{5})\neq 0$,所以 $f(x)$ 的图象不关于点 $(\frac{4}{5},0)$ 对称,B 错误.因为 $f(\frac{15}{4})=2\sin\frac{\pi}{2}$,所以 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=\frac{15}{4}$ 对称,D 正确.若 $x\in(0,\frac{25}{4})$,则 $\frac{\pi}{5}x-\frac{\pi}{4}\in(-\frac{\pi}{4},\pi)$,所以 $f(x)$ 在 $(0,\frac{25}{4})$ 上有最大值,没有最小值,C 错误.

8. D　因为 $f(x)$ 是奇函数,且在 $[0,+\infty)$ 上单调递减,所以 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递减,所以 $f(-x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增,$y=f(-x)-f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增,$y=f(2^x-2^{-x})$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递减,$y=f(x)-f(-x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递减.又 $g(x)=f(-x)-f(x)$ 满足 $g(-x)=-g(x)$,所以 $g(x)=f(-x)-f(x)$ 为奇函数,而 $g(x)=f(x)+f(-x)$ 不满足 $g(-x)=-g(x)$,故 $g(x)=f(-x)-f(x)$ 既是奇函数,又在 $(-\infty,0)$ 上单调递增.

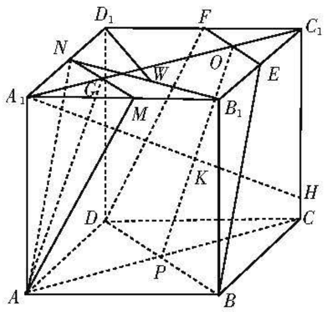
9. D　假设这个二元码为 11011,经计算,$x_1\oplus x_2\oplus x_3=0$,$x_1\oplus x_2\oplus x_5=1$ 都成立,$x_2\oplus x_4\oplus x_5=0$,$x_1\oplus x_3\oplus x_4=1$ 都不成立,因此 x_4 错误,故这个二元码为 11001.

10. B　如图,过 B,C 作准线的垂线,垂足分别为 E,H,则有 $|BF|=|BE|$,$|CH|=\frac{p}{2}=\frac{1}{2}|FG|$,得 $|CD|=|CF|=2|BC|$,所以 $\cos\angle EBC=\frac{|BE|}{|BD|}=\frac{1}{3}$,得 $k_l=\tan\angle EBC=2\sqrt{2}$.



11. A　在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,E,F,M,N 均为棱的中点,可证 $EF/\!/MN$,$AM/\!/DF$,因为 $AM\cap MN=M$,$DF\cap EF=F$,所以平面 $AMN/\!/$ 平面 $BDFE$,①正确.连接 AC,A_1C_1,设 $AC\cap BD=P$,$A_1C_1\cap EF=O$,$A_1C_1\cap MN=G$,连接 OP,过点 A_1 作 AG 的垂线,交 OP 于 K,交 CC_1 于 H,因为 A_1H 在上底面的射影为 A_1C_1,易证 $A_1C_1\perp MN$,所以 $A_1H\perp MN$,又 $AG\cap MN=G$,所以 $A_1H\perp$ 平面

AMN,所以 $A_1K\perp$平面 AMN,②正确.连接 B_1N,取 B_1N 的中点 W,连接 WD_1,所以过直线 WD_1 的平面一定满足 B_1,N 到这个平面的距离相等,③正确.因为梯形 $BDFE$ 与$\triangle AMN$ 的高分别为 OP,AG,且 $OP=AG$,所以梯形 $BDFE$ 的面积与$\triangle AMN$ 面积的比值为$\dfrac{EF+BD}{MN}=\dfrac{MN+2MN}{MN}=3$,④正确.



12.C　由 $\log_2 b+2\log_2 c=1$,得 $bc^2=2$,则 $b=\dfrac{2}{c^2}$,

由余弦定理得 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A=\dfrac{4}{c^4}+c^2-\dfrac{2}{c}$.

设 $f(c)=\dfrac{4}{c^4}+c^2-\dfrac{2}{c}$,$f'(c)=\dfrac{2(c^6+c^3-8)}{c^5}$.

当 $0<c^3<\dfrac{\sqrt{33}-1}{2}$时,$f'(c)<0$;当 $c^3>\dfrac{\sqrt{33}-1}{2}$时,$f'(c)>0$.

所以当 $c^3=\dfrac{\sqrt{33}-1}{2}$时,$f(c)$取得最小值.

13.$\sqrt{14}$　$e=\sqrt{1+\dfrac{b^2}{a^2}}=\sqrt{1+13}=\sqrt{14}$.

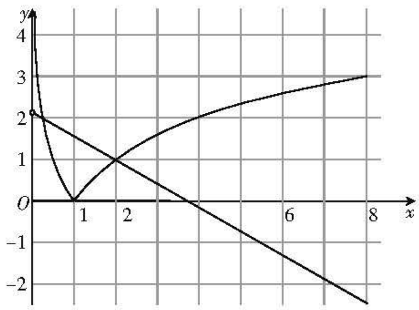
14.$3e^2$　$h'=(t+1)e^t$,当 $t=2$ 时,$h'=3e^2$.

15.$\dfrac{1+\sqrt{13}}{2}$　因为 $f(x)=\sin x(\sin x+2\sqrt{3}\cos x)=\sin^2 x+\sqrt{3}\sin 2x=\dfrac{1-\cos 2x}{2}+\sqrt{3}\sin 2x$

$=\dfrac{1}{2}+\sqrt{3}\sin 2x-\dfrac{1}{2}\cos 2x=\dfrac{1}{2}+\sqrt{3+\dfrac{1}{4}}\sin(2x+\varphi)=\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{13}}{2}\sin(2x+\varphi)$,所以 $f(x)$的最大值为$\dfrac{1+\sqrt{13}}{2}$.

16.$(0,1)\cup(1,2)\cup(2,\dfrac{15}{7})$　令 $f(x)=0$,得$|\log_2 x|=m$ 或$\dfrac{15}{7}-\dfrac{4x}{7}=m$.

作出 $g(x)=|\log_2 x|$与 $h(x)=\dfrac{15}{7}-\dfrac{4x}{7}$在$(0,8]$上的大致图象,如图所示,$g(\dfrac{1}{4})=h(\dfrac{1}{4})=2$,$g(2)=h(2)=1$,$h(0)=\dfrac{15}{7}$,$g(8)=3$.



由图可知,当 $m\in(0,1)\cup(1,2)\cup(2,\dfrac{15}{7})$时,直线 $y=m$ 与这两个函数图象的公共点总个数

为 3,从而 $f(x)=(|\log_2 x|-m)(\frac{15}{7}-m-\frac{4x}{7})(0<x\leqslant 8)$恰有 3 个零点.

17. 解:(1)因为脐橙的质量不低于 100 g 的频率为$(0.07+0.04)\times 5=0.55$, …………… 3 分

所以这 200 个脐橙中质量不低于 100 g 的个数是 $0.55\times 200=110$. …………………………… 6 分

(2)这 200 个脐橙的质量的平均数的估计值为 $5\times(0.02\times\frac{90+95}{2}+0.07\times\frac{95+100}{2}+0.07\times\frac{100+105}{2}+0.04\times\frac{105+110}{2})=100.75$ g. ………………………………………………… 12 分

18. 解:(1)因为 $a_1=4,3a_n=S_{n-1}(n\geqslant 2)$,所以 $3a_2=S_1=a_1=4$,则 $a_2=\frac{4}{3}$. ……………… 1 分

当 $n\geqslant 2$ 时,$3a_{n+1}-3a_n=S_n-S_{n-1}=a_n$,即 $a_{n+1}=\frac{4}{3}a_n$, ……………………………………… 3 分

所以$\{a_n\}$从第 2 项起是以$\frac{4}{3}$为公比的等比数列,当 $n\geqslant 2$ 时,$a_n=a_2\cdot(\frac{4}{3})^{n-2}=(\frac{4}{3})^{n-1}$, …

………………………………………………………………………………………… 4 分

所以 $a_n=\begin{cases}4,n=1,\\(\frac{4}{3})^{n-1},n\geqslant 2.\end{cases}$ ………………………………………………………………… 5 分

(2)$T_1=a_1=4$. ………………………………………………………………………………… 6 分

当 $n\geqslant 2$ 时,$T_n=4+2\times(\frac{4}{3})^1+3\times(\frac{4}{3})^2+\cdots+n\times(\frac{4}{3})^{n-1}$,

$\frac{4}{3}T_n=4\times\frac{4}{3}+2\times(\frac{4}{3})^2+3\times(\frac{4}{3})^3+\cdots+n\times(\frac{4}{3})^n$, ………………………………… 7 分

两式相减得$-\frac{1}{3}T_n=\frac{4}{3}+(\frac{4}{3})^2+(\frac{4}{3})^3+\cdots+(\frac{4}{3})^{n-1}-n\times(\frac{4}{3})^n$ ……………………… 8 分

$=\dfrac{\frac{4}{3}-(\frac{4}{3})^n}{1-\frac{4}{3}}-n\times(\frac{4}{3})^n=(3-n)(\frac{4}{3})^n-4$, ……………………………………………… 10 分

所以 $T_n=(3n-9)(\frac{4}{3})^n+12$, ………………………………………………………………… 11 分

又 $T_1=4$ 也满足此式,所以 $T_n=(3n-9)(\frac{4}{3})^n+12$. ……………………………………… 12 分

19. (1)证明:因为 $PO\perp$底面 $ABCD$,所以 $PO\perp BD$. …………………………………………… 1 分

在菱形 $ABCD$ 中,$AC\perp BD$, ……………………………………………………………………… 2 分

因为 $PO\cap AC=O$,所以 $BD\perp$平面 PAC. ……………………………………………………… 3 分

又 $BD\subset$平面 PBD,所以平面 $PAC\perp$平面 PBD. ……………………………………………… 4 分

(2)解:依题意可得四棱锥 $P-ABCD$ 的体积 $V=\frac{1}{3}PO\times\frac{1}{2}OC\times OD\times 4=\frac{2}{3}PO^2\cdot OC$

$=\frac{2}{3}PO^2\cdot(3-PO)(0<PO<3)$. ………………………………………………………………… 7 分

设函数 $f(x)=\frac{2}{3}x^2\cdot(3-x)(0<x<3)$,则 $f'(x)=2x(2-x)$. ……………………………………… 8 分

当 $0<x<2$ 时，$f'(x)>0$；当 $2<x<3$ 时，$f'(x)<0$. ………………………… 10 分

所以 $f(x)_{\max}=f(2)=\frac{8}{3}$， ………………………… 11 分

从而四棱锥 $P-ABCD$ 体积的最大值为 $\frac{8}{3}$. ………………………… 12 分

20. 解：(1) $f(x)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$， ………………………… 1 分

$f'(x)=a-\frac{1}{ax}=\frac{a^2x-1}{ax}$. ………………………… 2 分

若 $a>0$，当 $0<x<\frac{1}{a^2}$ 时，$f'(x)<0$，当 $x>\frac{1}{a^2}$ 时，$f'(x)>0$， ………………………… 3 分

则 $f(x)$ 在 $(0,\frac{1}{a^2})$ 上单调递减，在 $(\frac{1}{a^2},+\infty)$ 上单调递增. ………………………… 4 分

若 $a<0$，当 $0<x<\frac{1}{a^2}$ 时，$f'(x)>0$，当 $x>\frac{1}{a^2}$ 时，$f'(x)<0$， ………………………… 5 分

则 $f(x)$ 在 $(0,\frac{1}{a^2})$ 上单调递增，在 $(\frac{1}{a^2},+\infty)$ 上单调递减. ………………………… 6 分

(2) 由(1)知，当 $a>0$ 时，$f(x)$ 有最小值， ………………………… 7 分

且最小值为 $f(\frac{1}{a^2})=\frac{1}{a}+\frac{2}{a}\ln a$， ………………………… 9 分

因为 $f(x)$ 的最小值不大于 0，所以 $\frac{1}{a}+\frac{2}{a}\ln a=\frac{1}{a}(1+2\ln a)\leqslant 0$， ………………………… 10 分

因为 $a>0$，所以 $1+2\ln a\leqslant 0$，解得 $0<a\leqslant e^{-\frac{1}{2}}$，

则 a 的取值范围是 $(0,e^{-\frac{1}{2}}]$. ………………………… 12 分

21. 解：(1) 因为 $|MF_1|+|MF_2|=4>|F_1F_2|=2$，所以 E 是以 F_1,F_2 为焦点，且长轴长为 4 的椭圆. ………………………… 1 分

设 E 的方程为 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，则 $2a=4$，可得 $a=2$. ………………………… 2 分

又 $c=1$，所以 $b^2=a^2-c^2=3$， ………………………… 3 分

所以 E 的方程为 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$. ………………………… 4 分

(2) 设直线 $l:y=k(x-1)$，$C(x_1,y_1)$，$D(x_2,y_2)$. 联立 $\begin{cases}\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1,\\ y=k(x-1),\end{cases}$

消去 y 得 $(3+4k^2)x^2-8k^2x+4(k^2-3)=0$， ………………………… 5 分

易知 $\Delta>0$，且 $x_1+x_2=\frac{8k^2}{3+4k^2}$，$x_1x_2=\frac{4(k^2-3)}{3+4k^2}$. ………………………… 6 分

由 $k_1=\frac{y_1}{x_1+2}$，$k_2=\frac{y_2}{x_2-2}$， ………………………… 7 分

得 $\frac{k_1}{k_2}=\frac{y_1(x_2-2)}{y_2(x_1+2)}=\frac{k(x_1-1)(x_2-2)}{k(x_2-1)(x_1+2)}=\frac{x_1x_2-2x_1-x_2+2}{x_1x_2-x_1+2x_2-2}$. ………………………… 9 分

（方法一）

因为$\begin{cases}x_1+x_2=2-\dfrac{6}{3+4k^2},\\ x_1x_2=1-\dfrac{15}{3+4k^2},\end{cases}$ 所以 $x_1x_2=\dfrac{5}{2}(x_1+x_2)-4$，…………………………… 10 分

所以$\dfrac{k_1}{k_2}=\dfrac{\frac{5}{2}(x_1+x_2)-4-2x_1-x_2+2}{\frac{5}{2}(x_1+x_2)-4-x_1+2x_2-2}=\dfrac{\frac{1}{2}x_1+\frac{3}{2}x_2-2}{\frac{3}{2}x_1+\frac{9}{2}x_2-6}=\dfrac{1}{3}$，所以$\dfrac{k_1}{k_2}$为定值，且定值为$\dfrac{1}{3}$.

…………………………………………………………………………………… 12 分

（方法二）

因为$\dfrac{k_1}{k_2}=\dfrac{x_1x_2-2(x_1+x_2)+x_2+2}{x_1x_2-(x_1+x_2)+3x_2-2}$，…………………………………… 10 分

所以$\dfrac{k_1}{k_2}=\dfrac{\frac{4(k^2-3)}{3+4k^2}-\frac{16k^2}{3+4k^2}+x_2+2}{\frac{4(k^2-3)}{3+4k^2}-\frac{8k^2}{3+4k^2}+3x_2-2}=\dfrac{-3-\frac{3}{3+4k^2}+x_2+2}{-1-\frac{9}{3+4k^2}+3x_2-2}=\dfrac{-\frac{3}{3+4k^2}+x_2-1}{-\frac{9}{3+4k^2}+3x_2-3}=\dfrac{1}{3}$，

所以$\dfrac{k_1}{k_2}$为定值，且定值为$\dfrac{1}{3}$. …………………………………………………… 12 分

22. 解：(1)由 $x=3t$，得 $t=\dfrac{x}{3}$，代入 $y=4t-1$，得 $y=\dfrac{4}{3}x-1$，………………………… 1 分

所以直线 l_1 的普通方程为 $4x-3y-3=0$. …………………………………………… 2 分

同理可得直线 l_2 的普通方程为$\sqrt{3}x-y=0$. ………………………………………… 4 分

(2)圆 C 的圆心为 $C(3,4)$，半径 $r=|m|$. …………………………………………… 6 分

依题意可得$\begin{cases}\dfrac{|4\times3-3\times4-3|}{\sqrt{4^2+(-3)^2}}>|m|,\\ \dfrac{|\sqrt{3}\times3-4|}{\sqrt{(\sqrt{3})^2+(-1)^2}}>|m|,\end{cases}$ ……………………………………………… 8 分

解得$\dfrac{4-3\sqrt{3}}{2}<m<\dfrac{3\sqrt{3}-4}{2}$，即 m 的取值范围是$\left(\dfrac{4-3\sqrt{3}}{2},\dfrac{3\sqrt{3}-4}{2}\right)$. ……………… 10 分

23. (1)解：因为 $f(x)=|x-8|+|x+5|\geqslant|x-8-(x+5)|=13$，…………………………… 2 分

所以 $f(x)$的最小值为 13，………………………………………………………………… 3 分

此时$(x-8)(x+5)\leqslant0$，解得$-5\leqslant x\leqslant8$，所以 x 的取值范围是$[-5,8]$. ……………… 4 分

(2)证明：$f(x)=\begin{cases}3-2x, x<-5,\\ 13, -5\leqslant x\leqslant8,\\ 2x-3, x>8,\end{cases}$ …………………………………………………… 5 分

解 $f(x)<14$，得$-\dfrac{11}{2}<x<\dfrac{17}{2}$. ………………………………………………………… 7 分

由$|x-8+x+5|<14$，得$-14<2x-3<14$，………………………………………………… 8 分

解得$-\dfrac{11}{2}<x<\dfrac{17}{2}$. ……………………………………………………………………… 9 分

故 $f(x)<14$ 等价于$|x-8+x+5|<14$. …………………………………………………… 10 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。