

高三年级考试 数 学

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。
4. 本试卷主要考试内容:高考全部内容。

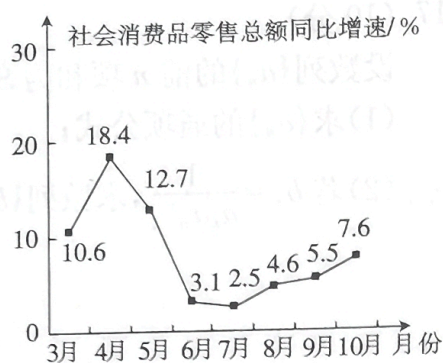
一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x \in \mathbf{N} | x \leq 3\}$, $B = \{-1, 0, 2, 3, 4, 5\}$, 则 $A \cap B =$
A. $\{0, 2, 3\}$ B. $\{2, 3\}$ C. $\{3, 4, 5\}$ D. $\{4, 5\}$
2. 复数 $z = (1 + i^3)(2 - i)$ 的虚部是
A. i B. -1 C. $-3i$ D. -3
3. 已知抛物线 $C: y = 4x^2$ 的焦点为 F , 点 $A(1, m)$ 在抛物线 C 上, 则 $|AF| =$
A. 2 B. 3 C. $\frac{65}{16}$ D. $\frac{33}{8}$
4. 已知 $a = \log_{0.7} 0.6$, $b = 0.9^{0.1}$, $c = \log_{0.9} 1.1$, 则
A. $c > b > a$ B. $a > b > c$ C. $b > c > a$ D. $b > a > c$
5. 已知 $a > 0, b > 0$, 则“ $a + b = 1$ ”是“ $\frac{1}{a} + \frac{4}{b} \geq 9$ ”的
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
6. 在三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AA_1 \perp$ 平面 ABC , $\triangle ABC$ 是等边三角形, D 是棱 BC 的中点, E 在棱 BB_1 上, 且 $BE = 3B_1E$. 若 $AA_1 = 2AB$, 则异面直线 AC 与 DE 所成角的余弦值是
A. $\frac{\sqrt{10}}{10}$ B. $\frac{\sqrt{10}}{20}$ C. $\frac{\sqrt{10}}{5}$ D. $\frac{\sqrt{15}}{5}$
7. 已知函数 $f(x) = 2(x - 1)e^x - x^2 - ax$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增, 则 a 的最大值是
A. 0 B. $\frac{1}{e}$ C. e D. 3
8. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} |3^x - 1|, & x < 1, \\ \log_2 x, & x \geq 1, \end{cases}$ 若函数 $g(x) = f(x) + m$ 有 3 个零点, 则 m 的取值范围是
A. $(0, 2)$ B. $(-2, 0)$ C. $(0, 1)$ D. $(-1, 0)$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。

全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9. 根据国家统计局发布的数据，我国今年 3 月份至 10 月份社会消费品零售总额同比增速如图所示，则



A. 我国今年 3 月份至 10 月份社会消费品零售总额同比增速最高为 18.4%

B. 我国今年 3 月份至 10 月份社会消费品零售总额同比增速的中位数为 6.55%

C. 我国今年 3 月份至 10 月份社会消费品零售总额同比增速的 40% 分位数为 5.05%

D. 我国今年 3 月份至 10 月份社会消费品零售总额同比增速的平均值为 8.125%

10. 已知直线 $l: mx + (m-2)y + 2 = 0$ 与圆 $C: x^2 + y^2 - 4x + 6y - 23 = 0$ ，点 P 在圆 C 上，则

A. 直线 l 过定点 $(1, 1)$

B. 圆 C 的半径是 6

C. 直线 l 与圆 C 一定相交

D. 点 P 到直线 l 的距离的最大值是 $6 + \sqrt{5}$

11. 已知 A, B 是直线 $y = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 与函数 $f(x) = \sin(\omega x + \frac{\pi}{6})$ ($\omega > 0$) 图象的两个相邻交点，若 $|AB| = \frac{\pi}{6}$ ，则 ω 的值可能是

A. 2

B. 4

D. 10

12. 在正四棱台 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， $AB = 2A_1B_1 = 4\sqrt{3}$ ， $AA_1 = \sqrt{10}$ ，点 P 在四边形 $ABCD$ 内，且 $A_1P = 4$ ，则

A. 正四棱台 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的体积是 56

B. 正四棱台 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的侧面积是 $36\sqrt{2}$

C. 正四棱台 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的外接球的表面积是 145π

D. P 的轨迹长度是 $\frac{5\sqrt{3}\pi}{3}$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知向量 a, b 满足 $|a| = 2|b| = 2$ ，且 $|a+b| = \sqrt{3}$ ，则向量 a, b 的夹角是 $\triangle$ 。

14. 在数列 $\{a_n\}$ 中， $a_3 = 1, a_5 = 5$ ，若 $\{a_n + n^2\}$ 是等比数列，则 $a_7 = \triangle$ 。

15. 已知某比赛在六支队伍（包含甲、乙两支队伍）之间进行，假设这六支队伍的水平相当，则甲、乙这两支队伍都进入前 3 名的概率是 $\triangle$ 。

16. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$)，直线 $l: y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$ 与椭圆 C 交于 A, B 两点，若 $|AB| = 2c$ (c 为椭圆 C 的半焦距长)，则椭圆 C 的离心率是 $\triangle$ 。

四、解答题:本题共 6 小题,共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

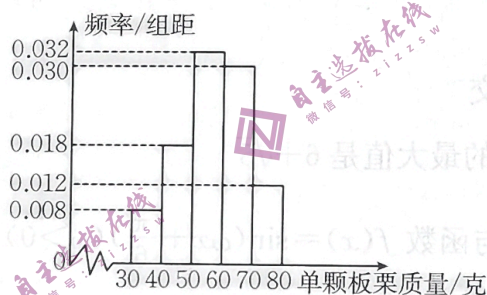
设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_1=2$, 且 $2S_n=an^2+n$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若 $b_n=\frac{1}{a_n a_{n+1}}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

18. (12 分)

镇安大板栗又称中国甘栗、东方珍珠,素以栗仁饱满、色泽鲜艳、甘甜芳香、营养丰富而著称于世. 现从某板栗园里随机抽取部分板栗进行称重,将得到的数据(单位:克)按 $[30, 40)$, $[40, 50)$, $[50, 60)$, $[60, 70)$, $[70, 80]$ 分成五组,绘制的频率分布直方图如图所示.



(1) 请估计该板栗园的板栗质量的中位数;

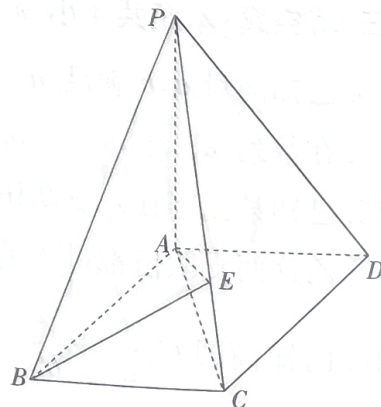
(2) 现采用分层抽样的方法从质量在 $[40, 50)$ 和 $[70, 80]$ 内的板栗中抽取 10 颗,再从这 10 颗板栗中随机抽取 4 颗,记抽取到的特等板栗(质量 ≥ 70 克)的个数为 X ,求 X 的分布列与数学期望.

19. (12 分)

如图,在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 且 $PA=\sqrt{3}$, $AD=1$, $AB=2$, $\angle ADC=60^\circ$, $\overrightarrow{PE}=2\overrightarrow{EC}$.

(1) 证明: $BC \perp$ 平面 PAC .

(2) 求平面 ABE 与平面 PCD 夹角的余弦值.



20. (12 分)

已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的右焦点为 $F(2, 0)$, 实轴长为 $2\sqrt{2}$.

(1) 求双曲线 C 的标准方程;

(2) 过点 $A(0, 1)$, 且斜率不为 0 的直线 l 与双曲线 C 交于 P, Q 两点, O 为坐标原点, 若 $\triangle OPQ$ 的面积为 $\sqrt{3}$, 求直线 l 的方程.

21. (12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 5$, D 在边 AB 上, 且 $2BD = 3AD$, $BC = 2CD$.

(1) 若 $CD = 2$, 求 $\triangle ABC$ 的周长;

(2) 求 $\triangle ACD$ 周长的最大值.

22. (12 分)

已知函数 $f(x) = \sin x + x^2$.

(1) 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程;

(2) 证明: $f(x) > -\frac{5}{16}$.