高三联考数学参考答案

1. C　$A=(-\infty,0)\cup(3,+\infty)$，则 $A\cap B=\{4\}$.

2. C　$z=(-2+\mathrm{i})(2+2\mathrm{i})=-6-2\mathrm{i}$，在复平面内对应的点$(-6,-2)$位于第三象限.

3. C　由题意可得直线 l 与圆 M 相切. 因为直线 l 过定原点 O，点 O 在圆 M 上，所以直线 l 与直线 OM 垂直. 因为直线 OM 的斜率不存在，所以 $k=0$.

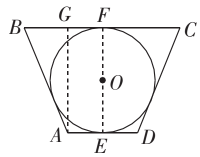
4. B　样本平均数约为 $0.02\times4\times3+0.08\times4\times7+0.09\times4\times11+0.02\times4\times15+0.04\times4\times19=10.68$.

5. D　因为 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，所以 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=(3\sin\theta+\cos\theta)\cdot3\sin\theta+(\sin\theta-5\cos\theta)\cdot\cos\theta=9\sin^2\theta+4\sin\theta\cos\theta-5\cos^2\theta=0$. 因为 $\theta\in(0,\frac{\pi}{2})$，所以 $\cos\theta\neq0$，$\tan\theta>0$，则 $9\tan^2\theta+4\tan\theta-5=0$，解得 $\tan\theta=\frac{5}{9}$ 或 $\tan\theta=-1$(舍去).

6. A　当 $x<0$ 时，$y=(x-a)^2\geqslant0$. 当 $x\geqslant0$ 时，$y=\frac{-2x+1}{x+1}=\frac{1}{x+1}-2\leqslant-1$. 若函数 $y=(x-a)^2$ 在$(-\infty,0)$上单调递减，则 a 的取值范围为$[0,+\infty)$. 若 $f(x)$在 $\mathbf{R}$ 上单调递减，则 a 的取值范围为$[0,+\infty)$.

7. B　由题意可得$\frac{1}{2}=k\log_3\frac{300}{100}$，解得 $k=\frac{1}{2}$，所以 $v=\frac{1}{2}\log_3\frac{O}{100}$. 令 $2=\frac{1}{2}\log_3\frac{O}{100}$，解得 $O=8100$.

8. D　要使制成的包装盒的容积最小，则该球体玩具与包装盒的上、下底面及侧面都相切.
作该圆台型包装盒的轴截面，且 $AG\perp BC$，$EF\perp BC$.
易知 $AB=BF+AE$，$BG=BF-AE$. 因为 $AB^2=AG^2+BG^2$，所以$(BF+4)^2=12^2+(BF-4)^2$，解得 $BF=9$. 此时该包装盒的容积 $V=\frac{1}{3}\pi\cdot EF\cdot(BF^2+BF\cdot AE+AE^2)=\frac{1}{3}\times\pi\times12\times(9^2+9\times4+4^2)=532\pi\ \mathrm{cm}^3$.



9. ACD　令 $m=n=1$，则 $a_2=a_1^2$，解得 $a_1=\pm1$. 令 $n=2$，则 $a_{m+2}=a_ma_2=a_m$，所以 $a_{2024}=a_2=1$，$a_{2023}=a_1=\pm1$，A 正确，B 错误. 若 $S_{2024}=2024$，则 $a_1=1$，若 $S_{2023}=-1$，则 $a_1=-1$，C，D 均正确.

10. BCD　由 $\sin x+\cos x=\sqrt{2}\sin(x+\frac{\pi}{4})\neq0$，解得 $x\neq-\frac{\pi}{4}+k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$，所以 $f(x)$的定义域为 $\{x\in\mathbf{R}\,|\,x\neq-\frac{\pi}{4}+k\pi,k\in\mathbf{Z}\}$.

令 $\sin x+\cos x=\sqrt{2}\sin(x+\frac{\pi}{4})=t$，则 $\sin x\cos x=\frac{t^2-1}{2}$，令函数 $g(t)=\frac{t^2-1}{2t}=\frac{1}{2}(t-\frac{1}{t})$.

当$-\frac{\pi}{4}<x<\frac{3\pi}{4}$时，$\sin x+\cos x=\sqrt{2}\sin(x+\frac{\pi}{4})>0$，且函数 $y=\sqrt{2}\sin(x+\frac{\pi}{4})$在$(-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4})$

上单调递增，在$(\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4})$上单调递减.

又因为$g(t)$在$(0,+\infty)$上单调递增，所以$f(x)$在$(-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4})$上单调递增，在$(\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4})$上单调递减，所以$f(x)$的图象不关于直线$x=\frac{\pi}{2}$对称，A错误.

$f(x)$在$(-\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4})$上有最大值，且最大值为$f(\frac{\pi}{4})=\frac{\sqrt{2}}{4}$，D正确.

$f(x)=\frac{\sin x\cos x}{\sin x+\cos x}=\frac{\sqrt{2}\sin 2x}{2\sin(x+\frac{\pi}{4})}$，

$f(\frac{3\pi}{4}+x)+f(\frac{3\pi}{4}-x)=\frac{\sqrt{2}\sin 2(\frac{3\pi}{4}+x)}{2\sin(\frac{3\pi}{4}+x+\frac{\pi}{4})}+\frac{\sqrt{2}\sin 2(\frac{3\pi}{4}-x)}{2\sin(\frac{3\pi}{4}-x+\frac{\pi}{4})}=\frac{\sqrt{2}\sin(\frac{3\pi}{2}+2x)}{2\sin(\pi+x)}+\frac{\sqrt{2}\sin(\frac{3\pi}{2}-2x)}{2\sin(\pi-x)}=\frac{\sqrt{2}}{2}(\frac{-\cos 2x}{-\sin x}+\frac{-\cos 2x}{\sin x})=0$，所以$f(x)$的图象关于点$(\frac{3\pi}{4},0)$中心对称，B正确.

由对称性可得$f(x)$在$(\frac{3\pi}{4},\frac{5\pi}{4})$上单调递减，在$(\frac{5\pi}{4},\frac{7\pi}{4})$上单调递增，所以$f(x)$在$(-\frac{\pi}{4},\frac{7\pi}{4})$上不具有周期性.

又因为$f(x+2\pi)=\frac{\sin(x+2\pi)\cos(x+2\pi)}{\sin(x+2\pi)+\cos(x+2\pi)}=\frac{\sin x\cos x}{\sin x+\cos x}=f(x)$，所以$f(x)$的最小正周期为$2\pi$，C正确.

11. BCD　由题意可知，$p=2$，所以$x^2=4y$，$F(0,1)$.

作$PB\perp l$，垂足为B(图略)，$\triangle PMF$的周长为$|PF|+|PM|+|MF|=|PB|+|PM|+|MF|\geqslant 4+|MF|=4+\sqrt{5}$，A错误.

若直线PQ过点F，可设直线PQ的方程为$y=kx+1$，由$\begin{cases}y=kx+1,\\x^2=4y,\end{cases}$得$x^2-4kx-4=0$. 设$P(x_1,y_1)$，$Q(x_2,y_2)$，则$x_1+x_2=4k$，$x_1x_2=-4$，则$y_1y_2=(kx_1+1)(kx_2+1)=k^2x_1x_2+k(x_1+x_2)+1=1$，所以直线$OP$，$OQ$的斜率之积为$\frac{y_1}{x_1}\cdot\frac{y_2}{x_2}=-\frac{1}{4}$，B正确.

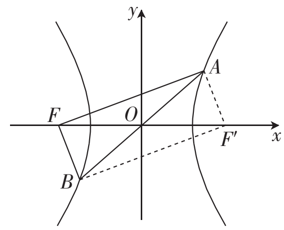
若$N(0,-1)$，则$\frac{|QN|}{|QF|}=\frac{\sqrt{x_2^2+(y_2+1)^2}}{y_2+1}=\frac{\sqrt{4y_2+(y_2+1)^2}}{y_2+1}$，令$t=y_2+1\geqslant 1$，$0<\frac{1}{t}\leqslant 1$，所以$\frac{|QN|}{|QF|}=\frac{\sqrt{t^2+4t-4}}{t}=\sqrt{\frac{t^2+4t-4}{t^2}}=\sqrt{-4(\frac{1}{t}-\frac{1}{2})^2+2}$，可得$\frac{|QN|}{|QF|}\in[1,\sqrt{2}]$，C正确.

若$\triangle POF$的外接圆与准线l相切，设$\triangle POF$的圆心为D，则$|DF|=|DO|$，所以圆心D的纵坐标$y=\frac{0+1}{2}=\frac{1}{2}$，则其半径$r=\frac{1}{2}+1=\frac{3}{2}$，面积为$\frac{9\pi}{4}$，D正确.

12. 1200　先确定甲的位置，再确定乙的位置及其他同学的位置，则有$5A_2^2A_5^5=1200$种不同的

排列方式.

13. $\sqrt{2}$　如图,设F'为双曲线C的右焦点,连接AF',BF'. 由$AF\perp BF$及双曲线的对称性得四边形$AFBF'$是矩形,$|AB|=|FF'|=2c$,则$|AF|=|AB|\cdot\cos\angle BAF=2c\cos\dfrac{\pi}{12}$,$|AF'|=|BF|=|AB|\cdot\sin\angle BAF=2c\cdot\sin\dfrac{\pi}{12}$,由双曲线定义得$|AF|-|AF'|=2c(\cos\dfrac{\pi}{12}-\sin\dfrac{\pi}{12})=2c\cdot\sqrt{2}\cos(\dfrac{\pi}{12}+\dfrac{\pi}{4})=2a$,即$\sqrt{2}c=2a$,所以离心率$e=\dfrac{c}{a}=\sqrt{2}$.



14. $2\sqrt{3}$　如图1,过点P作$PQ\perp AB$,垂足为Q,过点Q作$QH\perp AC$,垂足为H,连接PH.
因为平面$PAB\perp$平面ABC,所以$PQ\perp$平面ABC,$PQ\perp HQ$,$PQ\perp AC$.
因为$QH\perp AC$,所以$AC\perp$平面PQH,$AC\perp PH$,
所以$\angle PHQ$为二面角P-AC-B的平面角.
在$\triangle PAB$中,$\cos\angle PAB=\dfrac{AP^2+AB^2-PB^2}{2AP\cdot AB}=\dfrac{1}{2}$,
所以$\angle PAB=60^\circ$,
则$PQ=AP\cdot\sin\angle PAB=\sqrt{3}$,$AQ=AP\cdot\cos\angle PAB=1$.

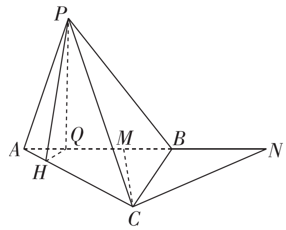


图 1

在$\triangle ABC$中,$HQ=AQ\cdot\sin\angle BAC=\sin\angle BAC$,所以$\tan\angle PHQ=\dfrac{PQ}{QH}=\dfrac{\sqrt{3}}{\sin\angle BAC}$.
如图2,在平面ABC内,过点C作$CN\perp CM$交直线AB于点N,所以点C在以MN为直径的圆上运动. 设MN的中点为O,连接OC. 因为$\angle CAN=\angle NMC-\angle ACM$,$\angle BCO=\angle MCO-\angle MCB$,所以$\angle CAN=\angle BCO$. 因为$\angle AOC=\angle COB$,所以$\triangle AOC\backsim\triangle COB$,所以$\dfrac{OB}{OC}=\dfrac{OC}{OA}$,即$\dfrac{OC-1}{OC}=\dfrac{OC}{OC+2}$,解得$OC=2$,$OA=4$.

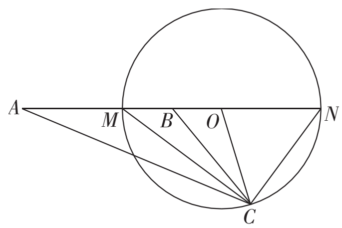


图 2

当直线AC与圆O相切时,$\angle BAC$最大,因此$\tan\angle PHQ$最小.
$(\sin\angle BAC)_{\max}=\dfrac{OC}{OA}=\dfrac{1}{2}$,$(\tan\angle PHQ)_{\min}=2\sqrt{3}$. 故二面角$P$-$AC$-$B$的平面角的正切值的最小值为$2\sqrt{3}$.
注:①在求点C的轨迹时,也可在平面ABC内建立平面直角坐标系,用解析几何的方法求解.
②在求$\sin\angle BAC$的最大值时,也可用如下方法:
由题意可得,$AC=2BC$,$\cos\angle BAC=\dfrac{AB^2+AC^2-BC^2}{2AB\cdot AC}=\dfrac{3}{4BC}+\dfrac{BC}{4}\geqslant\dfrac{\sqrt{3}}{2}$,所以$\sin\angle BAC\leqslant\dfrac{1}{2}$.

15. 解:(1)因为$c=\cos A+\dfrac{\sqrt{3}}{2}a$,$b=1$,所以$c=b\cos A+\dfrac{\sqrt{3}}{2}a$. ································ 1分

由正弦定理得 $\sin C=\sin B\cos A+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin A$，…………………………………………… 2 分

则 $\sin(A+B)=\sin B\cos A+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin A$，……………………………………………………… 3 分

即 $\sin A\cos B+\cos A\sin B=\sin B\cos A+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin A$，

所以 $\sin A\cos B=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin A$. ………………………………………………………………… 4 分

因为 $\sin A>0$，所以 $\cos B=\frac{\sqrt{3}}{2}$，…………………………………………………………… 5 分

又 $0<B<\pi$，所以 $B=\frac{\pi}{6}$. ………………………………………………………………………… 6 分

(2) $\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\frac{(\sqrt{3})^2+c^2-1}{2\sqrt{3}c}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

整理得 $c^2-3c+2=0$，解得 $c=1$ 或 2. ……………………………………………………………… 8 分

当 $c=1$ 时，$\cos A=c-\frac{\sqrt{3}}{2}a=-\frac{1}{2}$，则 $\sin A=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{\sqrt{3}}{4}$. ………………………………………………………………… 10 分

当 $c=2$ 时，$\cos A=c-\frac{\sqrt{3}}{2}a=\frac{1}{2}$，则 $\sin A=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{\sqrt{3}}{2}$. ………………………………………………………………… 12 分

综上，$\triangle ABC$ 的面积为$\frac{\sqrt{3}}{4}$或$\frac{\sqrt{3}}{2}$. ……………………………………………………… 13 分

16. 解：(1)由题意可得 $b=\sqrt{3}$. ……………………………………………………………………… 1 分

因为$\triangle AF_1F_2$ 为正三角形，所以 $c=\frac{\sqrt{3}b}{3}=1$，$a=\sqrt{c^2+b^2}=2$，………………………… 3 分

所以椭圆 C 的方程为$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$. ……………………………………………………… 4 分

(2)设直线 DE 与直线 AF_2 交于点 G.

由题意可得 DE 为线段 AF_2 的垂直平分线，所以$|AG|=1$，………………………………… 6 分

直线 DE 的斜率为$\frac{\sqrt{3}}{3}$，直线 DE 的方程为 $x-\sqrt{3}y+1=0$. …………………………… 8 分

设 $D(x_1,y_1)$，$E(x_2,y_2)$，联立$\begin{cases}x-\sqrt{3}y+1=0,\\ \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1,\end{cases}$ 得 $13y^2-6\sqrt{3}y-9=0$，

则 $y_1+y_2=\frac{6\sqrt{3}}{13}$，$y_1y_2=-\frac{9}{13}$，………………………………………………………… 10 分

则 $|DE|=\sqrt{1+(\sqrt{3})^2}\,|y_1-y_2|=2\sqrt{(y_1+y_2)^2-4y_1y_2}=\frac{48}{13}$. ························ 13 分

故 $S_{\triangle ADE}=\frac{1}{2}|DE|\cdot|AG|=\frac{24}{13}$. ·· 15 分

17.(1)证明:因为四边形 $ABCD$ 是菱形,所以 $BD\perp AC$. ·· 1 分

因为 $BD\perp PC$,$PC\subset$平面 PAC,$AC\subset$平面 PAC,且 $AC\cap PC=C$,

所以 $BD\perp$平面 PAC. ·· 3 分

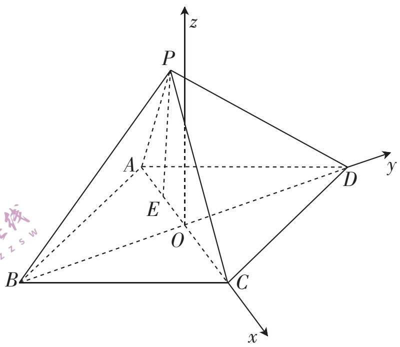
因为 $BD\subset$平面 $ABCD$,平面 $PAC\perp$平面 $ABCD$. ·· 5 分

(2)解:过点 P 作 $PE\perp AC$,垂足为 E.

在△PAC 中,$\cos\angle APC=\frac{PA^2+PC^2-AC^2}{2PA\cdot PC}=\frac{\sqrt{5}}{5}$,$\sin\angle APC=\frac{2\sqrt{5}}{5}$,

所以 $S_{\triangle PAC}=\frac{1}{2}PA\cdot PC\sin\angle APC=6$.

因为 $S_{\triangle PAC}=\frac{1}{2}AC\cdot PE$,所以 $PE=3$,$AE=\sqrt{AP^2-PE^2}=1$,$OE=OA-AE=1$. ··· 7 分



设 $AC\cap BD=O$. 以 O 为坐标原点,分别以$\overrightarrow{OC}$,$\overrightarrow{OD}$的方向为 x,y 轴的正方向,建立如图所示的空间直角坐标系,则 $B(0,-2\sqrt{3},0)$,$C(2,0,0)$,$D(0,2\sqrt{3},0)$,$P(-1,0,3)$,

则$\overrightarrow{BP}=(-1,2\sqrt{3},3)$,$\overrightarrow{DP}=(-1,-2\sqrt{3},3)$,$\overrightarrow{CP}=(-3,0,3)$. ·· 9 分

设平面 PBD 的法向量为 $\boldsymbol{m}=(x_1,y_1,z_1)$,

则$\begin{cases}\boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{DP}=-x_1-2\sqrt{3}y_1+3z_1=0,\\ \boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{BP}=-x_1+2\sqrt{3}y_1+3z_1=0,\end{cases}$令 $x_1=3$,得 $\boldsymbol{m}=(3,0,1)$. ··· 11 分

设平面 PCD 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(x_2,y_2,z_2)$,

则$\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{DP}=-x_2-2\sqrt{3}y_2+3z_2=0,\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{CP}=-3x_2+3z_2=0,\end{cases}$令 $x_2=\sqrt{3}$,得 $\boldsymbol{n}=(\sqrt{3},1,\sqrt{3})$. ····················· 13 分

设二面角 C-PD-B 的大小为 θ,易得 θ 为锐角,

则 $|\cos\theta|=|\cos\langle\boldsymbol{n},\boldsymbol{m}\rangle|=\frac{|\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{m}|}{|\boldsymbol{n}||\boldsymbol{m}|}=\frac{2\sqrt{210}}{35}$,

即二面角 C-PD-B 的余弦值为$\frac{2\sqrt{210}}{35}$. ·· 15 分

18.(1)解:设 A_1 表示第一天中午选择冰糖雪梨汤,A_2 表示第二天中午选择冰糖雪梨汤,则$\overline{A_1}$表示第一天中午选择苹果百合汤.

根据题意得 $P(A_1)=\frac{2}{3}$,$P(\overline{A_1})=\frac{1}{3}$,$P(A_2|A_1)=\frac{1}{3}$,$P(A_2|\overline{A_1})=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$. ········· 3 分

$P(A_2)=P(A_1)P(A_2|A_1)+P(\overline{A_1})P(A_2|\overline{A_1})=\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{7}{18}$. ··················· 5 分

(2)证明:设 A_n 表示第 n 天中午选择冰糖雪梨汤,则 $P_n=P(A_n)$,$P(\overline{A_n})=1-P_n$,

根据题意得 $P(A_{n+1}|A_n)=\frac{1}{3}$,$P(A_{n+1}|\overline{A_n})=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$.

由全概率公式得 $P(A_{n+1})=P(A_n)P(A_{n+1}|A_n)+P(\overline{A_n})P(A_{n+1}|\overline{A_n})=\frac{1}{3}P_n+\frac{1}{2}(1-P_n)=-\frac{1}{6}P_n+\frac{1}{2}$,即 $P_{n+1}=-\frac{1}{6}P_n+\frac{1}{2}$. ………………………………………………………… 8 分

不妨设 $P_{n+1}+\lambda=-\frac{1}{6}(P_n+\lambda)$,即 $P_{n+1}=-\frac{1}{6}P_n-\frac{1}{6}\lambda-\lambda$,

所以 $-\frac{1}{6}\lambda-\lambda=\frac{1}{2}$,解得 $\lambda=-\frac{3}{7}$,

则 $P_{n+1}-\frac{3}{7}=-\frac{1}{6}(P_n-\frac{3}{7})$,又 $P_1-\frac{3}{7}=\frac{5}{21}\neq 0$,

所以 $\{P_n-\frac{3}{7}\}$ 是以 $\frac{5}{21}$ 为首项,$-\frac{1}{6}$ 为公比的等比数列. ……………………………………… 12 分

(3)解:由(2)得,$P_n=\frac{3}{7}+\frac{5}{21}\times(-\frac{1}{6})^{n-1}$.

由题意,只需 $P_n>1-P_n$,即 $P_n>\frac{1}{2}(n=1,2,\cdots,10)$,

则 $\frac{3}{7}+\frac{5}{21}\times(-\frac{1}{6})^{n-1}>\frac{1}{2}$,即 $(-\frac{1}{6})^{n-1}>\frac{3}{10}(n=1,2,\cdots,10)$. ……………………… 14 分

显然 n 必为奇数,偶数不成立.

当 $n=1,3,5,7,9$ 时,有 $(-\frac{1}{6})^{n-1}=(\frac{1}{6})^{n-1}>\frac{3}{10}$. ………………………………………… 15 分

当 $n=1$ 时,显然成立.

当 $n=3$ 时,$(\frac{1}{6})^2-\frac{3}{10}<0$,所以当 $n=3$ 时不成立.

因为 $y=(\frac{1}{6})^{n-1}$ 单调递减,所以 $n=5,7,9$ 也不成立. ………………………………… 16 分

综上,该同学只有 1 天中午选择冰糖雪梨汤的概率大于苹果百合汤的概率. ………… 17 分

19.(1)解:$f'(x)=2e^x+a$. ………………………………………………………………………… 1 分

当 $a\geqslant 0$ 时,$f'(x)>0$ 在 $\mathbf{R}$ 上恒成立,即 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增. ……………………… 2 分

当 $a<0$ 时,由 $f'(x)>0$,得 $x>\ln(-\frac{a}{2})$,由 $f'(x)<0$,得 $x<\ln(-\frac{a}{2})$,

所以 $f(x)$ 在 $(\ln(-\frac{a}{2}),+\infty)$ 上单调递增,在 $(-\infty,\ln(-\frac{a}{2}))$ 上单调递减.

综上,当 $a\geqslant 0$ 时,$f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增;

当 $a<0$ 时,$f(x)$ 在 $(\ln(-\frac{a}{2}),+\infty)$ 上单调递增,在 $(-\infty,\ln(-\frac{a}{2}))$ 上单调递减. … 4 分

(2)证明:由(1)得,当 $a\geqslant 0$ 时,$f(x)=m$ 至多有一个根,不符合题意. ……………… 5 分

当 $a<0$ 时,$f(x)$ 在 $(\ln(-\frac{a}{2}),+\infty)$ 上单调递增,在 $(-\infty,\ln(-\frac{a}{2}))$ 上单调递减,且

$f'(\ln(-\frac{a}{2}))=0$.

不妨设 $0<x_1<\ln(-\frac{a}{2})<x_2$，要证明 $f'(\sqrt{x_1x_2})<0$，即证 $\sqrt{x_1x_2}<\ln(-\frac{a}{2})$.

又 $\sqrt{x_1x_2}<\frac{x_1+x_2}{2}$，所以只需要证明 $x_1+x_2<2\ln(-\frac{a}{2})$. ………………………………… 8 分

令函数 $h(x)=f(x)-f(2\ln(-\frac{a}{2})-x)=2e^x+ax-2e^{2\ln(-\frac{a}{2})-x}-2a\ln(-\frac{a}{2})+ax=2e^x-\frac{a^2e^{-x}}{2}+2ax-2a\ln(-\frac{a}{2})$，$0<x<\ln(-\frac{a}{2})$. ………………………………………… 10 分

$h'(x)=2e^x+\frac{a^2e^{-x}}{2}+2a\geqslant 2\sqrt{2e^x\cdot\frac{a^2e^{-x}}{2}}+2a=0$，

所以 $h(x)$ 在 $(0,\ln(-\frac{a}{2}))$ 上单调递增，……………………………………………………… 12 分

所以 $h(x)<h(\ln(-\frac{a}{2}))=0$，即 $f(x)<f(2\ln(-\frac{a}{2})-x)$，

所以 $f(x_1)<f(2\ln(-\frac{a}{2})-x_1)$. ……………………………………………………………… 14 分

又因为 $f(x_1)=f(x_2)$，所以 $f(x_2)<f(2\ln(-\frac{a}{2})-x_1)$. …………………………………… 15 分

因为 $x_2>\ln(-\frac{a}{2})$，$2\ln(-\frac{a}{2})-x_1>\ln(-\frac{a}{2})$，而 $f(x)$ 在 $(\ln(-\frac{a}{2}),+\infty)$ 上单调递增，

所以 $x_2<2\ln(-\frac{a}{2})-x_1$，即 $x_1+x_2<2\ln(-\frac{a}{2})$，

故 $f'(\sqrt{x_1x_2})<0$. …………………………………………………………………………… 17 分