试卷类型：A

汕头市2023～2024学年度普通高中毕业班期末调研测试

数　学

注意事项：

1. 答题前，先将自己的姓名、准考证号填写在试题卷和答题卡指定位置.
2. 选择题的作答：每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效.
3. 非选择题的作答：用黑色签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内.
4. 考试结束后，请将本试题卷和答题卡一并上交.

第Ⅰ卷　选择题

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1．已知2i是关于x的方程$2x^2+q=0$的一个根，则实数q的值为

A．8　　B．-8　　C．4　　D．-4

2．设$\vec{a}$表示“向东走10km”，$\vec{b}$表示“向南走5km”，则$\vec{b}+\vec{a}+\vec{b}$所表示的意义为

A．向东南走$10\sqrt{2}$ km　　B．向西南走$10\sqrt{2}$ km

C．向东南走$5\sqrt{6}$ km　　D．向西南走$5\sqrt{6}$ km

3．已知全集$U=A\cup B=\{x\in\mathbf{N}\,|\,0\le x\le 8\}$，$A\cap(\complement_U B)=\{1,3,5\}$，则集合B为

A．$\{2,4,6,7\}$　　B．$\{0,2,4,6,8\}$　　C．$\{0,2,4,6,7,8\}$　　D．$\{0,1,2,3,4,5,6,7,8\}$

4．已知直线l_1：$2x-ay+1=0$和l_2：$(a-1)x-y+a=0$平行，则实数$a=$

A．2或-1　　B．1　　C．-1　　D．2

5．已知$\theta\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$，$\sin\left(\theta+\dfrac{\pi}{4}\right)\cos\left(\theta+\dfrac{\pi}{4}\right)=-\dfrac{1}{6}$，则$\tan\theta=$

A．$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　B．$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　C．$\sqrt{2}$　　D．$\sqrt{3}$

6．关于椭圆$\dfrac{x^2}{25-k}+\dfrac{y^2}{9-k}=1$与双曲线$\dfrac{y^2}{9}-\dfrac{x^2}{7}=1$的关系，下列结论正确的是

A．焦点相同　　B．顶点相同　　C．焦距相等　　D．离心率相等

已知函数 $f(x)=\ln\dfrac{e(x-2)}{x}$（e 为自然对数底），则下列函数是奇函数的是

A．$f(x+1)+1$　B．$f(x+1)-1$　C．$f(x-1)+1$　D．$f(x-1)-1$

8．已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和、前 $2n$ 项和、前 $3n$ 项和分别为 P、Q、R，则“$\{a_n\}$ 为等比数列”的一个必要条件为

A．$(P+Q)-R=Q^2$　　B．$P^2+Q^2=P(Q+R)$

C．$P+Q=R$　　D．$Q^2=PR$

二、**选择题**：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分．

9．某科技攻关团队共有 10 人，其年龄(单位：岁)分布如下表所示：

年龄	45	40	36	32	29	28
人数	1	2	1	3	2	1

则关于这 10 人年龄的说法中，正确的是

A．中位数是 34　　B．众数是 32

C．第 25 百分位数是 29　　D．平均数是 34.3

10．已知定义在 $(0,+\infty)$ 上的函数 $f(x)$ 满足：$\forall x$、$y\in(0,+\infty)$，$f(x)+f(y)=f(xy)$，且当 $0<x<1$ 时，$f(x)<0$，若 $f(2)=1$，则

A．$f(1)=0$　　B．$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递减

C．$|f(x)|=\left|f\left(\dfrac{1}{x}\right)\right|$　　D．$f(2)+f(2^2)+\cdots+f(2^{20})=55$

11．某食品的保鲜时间 y（单位：小时）与储存温度 x（单位：℃）之间满足函数关系 $y=e^{kx+b}$（$e=2.71828\cdots$，k、b 为常数）．若该食品在 0℃的保鲜时间是 120 小时，在 20℃的保鲜时间是 30 小时，则

A．$k<0$ 且 $b>0$

B．在 10℃的保鲜时间是 60 小时

C．要使得保鲜时间不少于 15 小时，则储存温度不低于 30℃

D．在零下 2℃的保鲜时间将超过 150 小时

12．在三棱锥 $P-ABC$ 中，$PA\perp$ 平面 ABC，$PA=AB=BC=\dfrac{\sqrt{2}}{2}AC=2$，$E$ 是底面 ABC 上（含边界）的一个动点，F 是三棱锥 $P-ABC$ 的外接球 O 表面上的一个动点，则

A．当 E 在线段 AB 上时，$PE\perp BC$

B．EF 的最大值为 4

C．当 $FA//$ 平面 PBC 时，点 F 的轨迹长度为 2π

D．存在点 F，使得平面 PAC 与平面 PFB 夹角的余弦值为 $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

第II卷 非选择题

三．填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.

13．$(1+x)^n\left(n\in\mathrm{N}^*\right)$的展开式中$x^2$项的系数为15，则$n=$______ ___.

14．若正四棱台的上、下底边长分别为2、4，侧面积为$12\sqrt{3}$，则该棱台体积为__________.

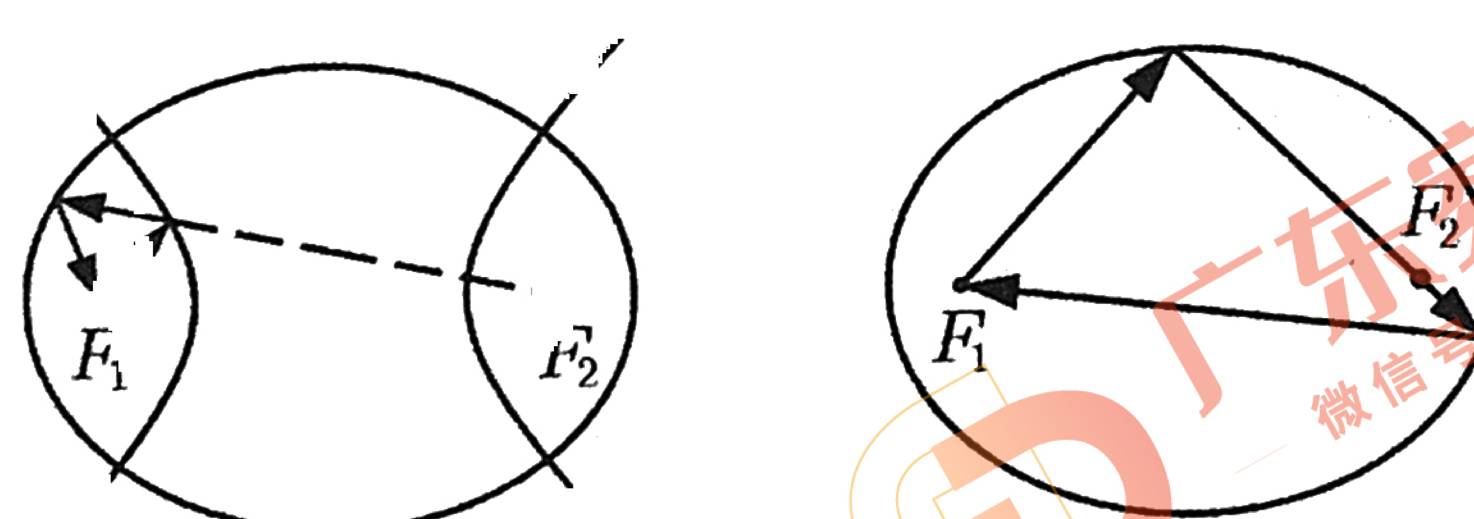
15．已知函数$f(x)=2\sin\left(\omega x+\dfrac{2\pi}{3}\right)(\omega>0)$在区间$[0,\pi]$上恰有三个零点，则$\omega$的取值范围是__________.

16．椭圆与双曲线具有如下光学性质：

(1) 由椭圆的一焦点射出的光线经椭圆反射后过椭圆的另一个焦点；

(2) 由双曲线的一焦点射出的光线经双曲线反射后，反射光线的反向延长线过双曲线的另一个焦点.

如图①，一个光学装置由有公共焦点F_1、F_2的椭圆C与双曲线S构成，现一光线从左焦点F_1射出，依次经S与C反射，又回到了点F_1，历时t_1秒；若将装置中的S去掉，如图②，此光线从点F_1射出，经C两次反射后又回到了点F_1，历时t_2秒．若C与S的离心率之比为2:3，则$t_2:t_1=$___ .



图① 图②

（第16题图）

四、解答题：本题共6小题，共70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17．(本小题满分10分)

$\triangle ABC$中，内角A、B、C的对边分别为a、b、c，$a=6$，$b\sin\dfrac{B+C}{2}=a\sin B$.

(1) 求角A的大小；

(2) 点M为$\triangle ABC$的重心，AM的延长线交BC于点D，且$AM=2\sqrt{3}$，求$\triangle ABC$的面积S.

18．(本小题满分 12 分)

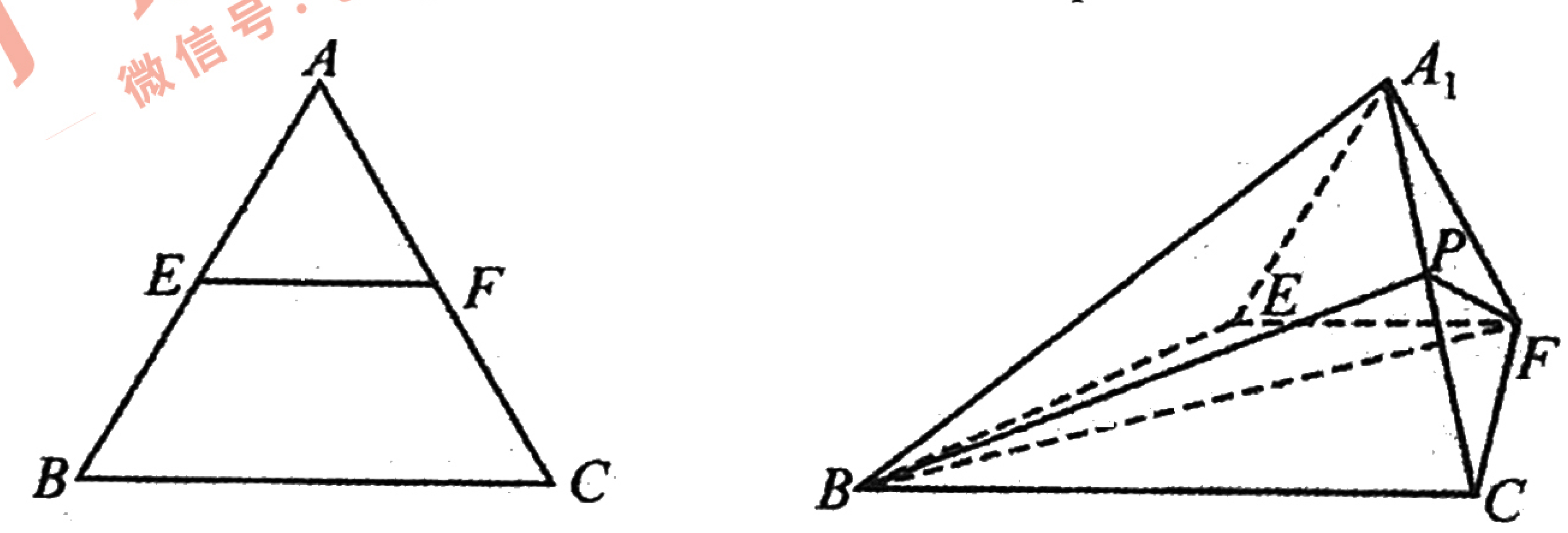
记等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，首项为a_1，已知$S_4=4S_2$，且$a_{2n}=2a_n+1$，$n\in\mathrm{N}^*$．

(1) 求数列$\{a_n\}$的通项公式；

(2) 求数列$\{(-1)^n\cdot a_n\}$的前n项和．

19．(本小题满分 12 分)

如图，在边长为 4 的正三角形ABC中，E、F分别为边AB、AC的中点．将$\triangle AEF$沿EF翻折至$\triangle A_1EF$，得四棱锥A_1-EFCB，设P为A_1C的中点．



（第 19 题图）

(1) 证明：$FP//$平面A_1BE；

(2) 若平面$A_1EF\perp$平面$EFCB$，求平面BPF与平面BCF夹角的余弦值．

20．(本小题满分 12 分)

《国家学生体质健康标准》是我国对学生体质健康方面的基本要求，是综合评价学生综合素质的重要依据．为促进学生积极参加体育锻炼，养成良好的锻炼习惯，提高体质健康水平，某学校从全校学生中随机抽取 200 名学生进行“是否喜欢体育锻炼”的问卷调查．获得如下信息：

①男生所占比例为 60%；

②不喜欢体育锻炼的学生所占比例为 45%；

③喜欢体育锻炼的男生比喜欢体育锻炼的女生多 50 人．

（1）完成 2×2 列联表，依据小概率值 $\alpha=0.001$ 的独立性检验，分析喜欢体育锻炼与性别是否有关联?

性别	体育锻炼		合计
	喜欢	不喜欢	
男			
女			
合计			

(2)（i）从这 200 名学生中采用按比例分配的分层随机抽样方法抽取 20 人，再从这 20 人中随机抽取 3 人. 记事件 $A=$ “至少有 2 名男生”、$B=$“至少有 2 名喜欢体育锻炼的男生”、$C=$ “至多有 1 名喜欢体育锻炼的女生”. 请计算 $P(B|A)$ 和 $P(ABC)$ 的值.

（ii）对于随机事件 A 、B 、C ，$P(A)>0$，$P(AB)>0$，试分析 $P(ABC)$ 与 $P(A)\cdot P(B|A)\cdot P(C|AB)$ 的大小关系，并给予证明.

参考公式及数据：$\chi^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，$n=a+b+c+d$.

α	0.10	0.05	0.010	0.001
χ_α	2.706	3.841	6.635	10.828

21．(本小题满分 12 分)

已知圆心在 y 轴上移动的圆经过点 $A(0,-4)$，且与 x 轴、y 轴分别交于 $B(x,0)$、$C(0,y)$ 两个动点，过点 B 垂直于 x 轴的直线与过点 C 垂直于 y 轴的直线交于点 M .

(1) 求点 M 的轨迹 T 的方程；

(2) 点 P、Q 在曲线 T 上，以 PQ 为直径的圆经过原点 O，作 $OH\perp PQ$，垂足为 H . 试探究是否存在定点 R，使得 $|RH|$ 为定值. 若存在，求出该定点 R 的坐标；若不存在，说明理由.

22. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=x\ln x-a(x-1)$，$a\in\mathbf{R}$.

(1) 若 $f(x)\geq 0$，求实数 a 的值；

(2) 当 $n\in\mathbf{N}^*$ 时，证明：$\sin\dfrac{1}{n+1}+\sin\dfrac{1}{n+2}+\sin\dfrac{1}{n+3}+\cdots+\sin\dfrac{1}{2n}<\ln 2$.