日照市2021级高三上学期期末校际联合考试

数学试题

2024.1

考生注意：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束，将试题卷和答题卡一并交回。

一、单项选择题：本大题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A=\{-1,0,1,2,3,4\}$，$B=\{x|x<3\}$，则 $A\cap B=$

A. $\{-1,0,1,2\}$　　B. $\{-1,0,1\}$　　C. $\{0,1,2\}$　　D. $\{x|x<3\}$

2. 已知锐角 α 满足 $\sin\alpha=\frac{4}{5}$，则 $\sin(\alpha-\frac{\pi}{4})=$

A. $\frac{7\sqrt{2}}{10}$　　B. $-\frac{7\sqrt{2}}{10}$　　C. $\frac{\sqrt{2}}{10}$　　D. $-\frac{\sqrt{2}}{10}$

3. 若无穷等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d，则“$d>0$”是“$\exists k\in\mathbf{N}^*$，$a_k>0$”的

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

4. 实数 a,b,c 满足 $\sqrt[3]{c}-\sqrt[3]{b}=1$，$a=c+\log_5(x^2-x+3)(x\in\mathbf{R})$，则 a,b,c 的大小关系是

A. $a>b>c$　　B. $b>c>a$　　C. $c>b>a$　　D. $a>c>b$

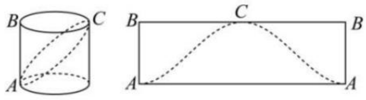
5. 在平行四边形 $ABCD$ 中，$AB=3\sqrt{2}$，$AD=2$，$\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{EB}$，$\angle BAD=\frac{\pi}{4}$，则 $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{DE}=$

A. 2　　B. $2\sqrt{2}$　　C. $2\sqrt{3}$　　D. 4

6. 设 A,B 为两个事件，已知 $P(A)=0.5$，$P(B)=0.3$，$P(B|\overline{A})=0.2$，则 $P(B|A)=$

A．0.3　　B．0.4　　C．0.5　　D．0.6

7．如图，过圆柱轴截面对角线 AC 作圆柱的斜截面，所得图形为一个椭圆，将圆柱侧面沿母线 AB 展开，则椭圆曲线在展开图中恰好为一个周期的正弦型曲线．若该段正弦型曲线是函数 $y=2\sin\omega x\left(\omega>0\right)$ 图象的一部分，且其对应椭圆的离心率为 $\dfrac{1}{2}$，则 ω 的值为



A．$\dfrac{\sqrt{3}}{6}$　　B．$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

C．$\sqrt{3}$　　D．2

8．设体积相等的正方体、正四面体和球的表面积分别为 S_1,S_2,S_3，则

A．$S_1<S_2<S_3$　　B．$S_2<S_1<S_3$　　C．$S_3<S_1<S_2$　　D．$S_3<S_2<S_1$

二、多项选择题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求的，全部选对得 5 分，选对但不全的得 2 分，有选错的得 0 分。

9．设 z 为复数（i 为虚数单位），下列命题正确的有

A．若 $z\in\mathbf{R}$，则 $z=\overline{z}$　　B．若 $z^2\in\mathbf{R}$，则 $z\in\mathbf{R}$

C．若 $(1+\mathrm{i})z=1-\mathrm{i}$，则 $|z|=1$　　D．若 $z^2+1=0$，则 $z=\mathrm{i}$

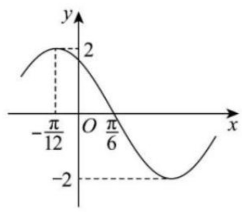
10．已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0,\omega>0,0<\varphi<\pi)$ 的部分图象如图所示，则

A．$f(x)=2\cos(2x+\dfrac{\pi}{6})$

B．函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=\dfrac{7\pi}{12}$ 对称

C．函数 $f(x)$ 的图象关于点 $(-\dfrac{\pi}{3},0)$ 对称

D．函数 $f(x)$ 在 $[\dfrac{\pi}{2},\dfrac{5\pi}{6}]$ 上单调递增



11．数学家棣莫弗发现，如果随机变量 X 服从二项分布 $B(n,p)$，那么当 n 比较大时，X 近似服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，其密度函数为 $\varphi_{\mu,\sigma}(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$，$x\in\mathbf{R}$．任意正态分布 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，可通过变换 $Z=\frac{X-\mu}{\sigma}$ 转化为标准正态分布 $Z\sim N(0,1)$．当 $Z\sim N(0,1)$ 时，对任意实数 x，记 $\Phi(x)=P(Z<x)$，则

A．$\Phi(x)+\Phi(-x)=\frac{1}{2}$

B．当 $x>0$ 时，$P(-x\le Z<x)=2\Phi(x)-1$

C．随机变量 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，当 μ 减小，σ 增大时，概率 $P(|X-\mu|<\sigma)$ 保持不变

D．随机变量 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，当 μ，σ 都增大时，概率 $P(|X-\mu|<\sigma)$ 增大

12．在平面四边形 $ABCD$ 中，点 D 为动点，ΔABD 的面积是 ΔBCD 面积的 3 倍，又数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=3$，恒有 $\overrightarrow{BD}=(a_n-3^{n-1})\overrightarrow{BA}+(a_{n+1}+3^n)\overrightarrow{BC}$，设 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，则

A．$\{a_n\}$ 为等比数列　　　　B．$a_4=-81$

C．$\{\frac{a_n}{3^n}\}$ 为等差数列　　　　D．$S_n=(3-n)3^n-3$

三、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．$(x-2)^5$ 展开式中 x^3 项的系数为________．

14．已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的一条渐近线为 $y=2x$，则 C 的离心率为__________．

15．已知平面 α 截一球面得圆 M，过圆心 M 且与 α 成 60° 角的平面 β 截该球面得圆 N．若该球的半径为 4，圆 M 的面积为 4π，则圆 N 的面积为_______．

16．已知函数 $f(x)=x+\sin x$ 的图象上存在三个不同的点 A,B,C，使得曲线 $y=f(x)$ 在 A,B,C 三点处的切线重合，则此切线的方程为___________．（写出符合要求的一条切线即可）

四、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

17. （10 分）

已知ΔABC的内角A，B，C所对的边分别为a，b，c，若$a^2-b^2+c^2=2$，ΔABC的面积为$\dfrac{\sqrt{2}}{4}$.

（1）求$\tan B$；

（2）若$b=1$，求$\sin A\sin C$.

18.（12 分）

已知$n^2(n\geq 4)$个正数排成n行n列，a_{ij}表示第i行第j列的数，其中每一行的数成等差数列，每一列的数成等比数列，并且公比都为q. 已知$a_{24}=1$，$a_{42}=\dfrac{1}{8}$，$a_{43}=\dfrac{3}{16}$.

（1）求公比q；

（2）记第n行的数所成的等差数列的公差为d_n，把d_1，d_2，…，d_n所构成的数列记作数列$\{d_n\}$，求数列$\{d_n\}$的前n项和S_n.

19. （12 分）

随着时代的不断发展，社会对高素质人才的需求不断扩大，我国本科毕业生中考研人数也不断攀升，2021 年的考研人数是 377 万人，2022 年考研人数是 457 万人．某省统计了该省其中四所大学 2023 年的毕业生人数及考研人数（单位：千人），得到如下表格：

	A 大学	B 大学	C 大学	D 大学
2023 年毕业人数 x（千人）	8	7	5	4
2023 年考研人数 y（千人）	0.6	0.4	0.3	0.3

(1)已知 y 与 x 具有较强的线性相关关系，求 y 关于 x 的线性回归方程 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$；

(2)假设该省对选择考研的大学生每人发放 0.6 万元的补贴，若 A 大学的毕业生中小江、小沈选择考研的概率分别为 p，$2p-1$，该省对小江、小沈两人的考研补贴总金额的期望不超过 0.75 万元，求 p 的取值范围．

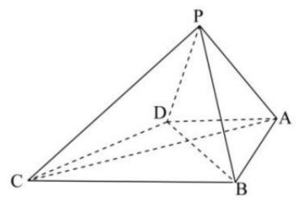
参考公式：$\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}x_iy_i-n\overline{x}\cdot\overline{y}}{\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^2-n\overline{x}^2}$，$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}$．

20.（12 分）

如图，在直角梯形 $ABCD$ 中，$AD//BC$，$AB\perp BC$，$AB=AD=\sqrt{2}$，$BC=2AB$．现将 ΔABD 沿对角线 BD 翻折到 ΔPBD，使平面 $PBD\perp$ 平面 $ABCD$．若平面 $PAD\bigcap$ 平面 $PBC=l_1$，平面 $PAB\bigcap$ 平面 $PCD=l_2$，直线 l_1 与 l_2 确定的平面为平面 α．

（1）证明：$l_1//BC$；

（2）求平面 α 与平面 PAD 所成角的余弦值．



21.（12 分）

已知函数 $f(x)=e^{2x}-ax-1, g(x)=(a-2)e^{x}$.

（1）若 $a<0$，讨论 $F(x)=f(x)+g(x)$ 的单调性；

（2）若 $f(x)$ 在区间 $(0,+\infty)$ 上存在唯一零点 x_0，求证：$a>x_0+2$.

22.（12 分）

已知椭圆 T：$\dfrac{y^2}{2}+x^2=1$，其上焦点 F 与抛物线 K 的焦点重合．若过点 F 的直线 l 交椭圆 T 于点 A，B，同时交抛物线 K 于点 C，D（如图1所示，点 A，C 在椭圆与抛物线第一象限交点下方）．

（1）求抛物线 K 的标准方程，并证明 $|AC|<|BD|$；

（2）过点 F 与直线 l 垂直的直线 EG 交抛物线 K 于点 E，G（如图2所示），试求四边形 $AEBG$ 面积的最小值.

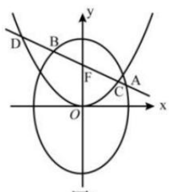


图1

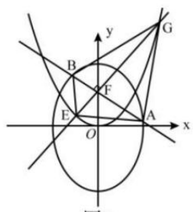


图2

参照秘密级管理★启用前　　　　　　　　　　　　试卷类型：A

日照市 2021 级高三上学期期末校际联合考试

数学试题答案

2024.1

一、单项选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1—4：ACAD　　5—8：ABAC

二、多项选择题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求的，全部选对得 5 分，选对但不全的得 2 分，有选错的得 0 分。

9.AC　10.ACD　11.BC　12.BCD

三、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．40　14．$\sqrt{5}$　15．13π　16．$y=x+1$ 或 $y=x-1$

四、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

17．解：（1）由余弦定理知：$b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$

$\because$ 在 ΔABC 中，$a^2-b^2+c^2=2$，$\therefore 2ac\cos B=2$，即 $\cos B=\dfrac{1}{ac}$ ………2 分

又 $\because S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}ac\sin B=\dfrac{\sqrt{2}}{4}$，$\therefore ac\sin B=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，即 $\sin B=\dfrac{\sqrt{2}}{2ac}$ ………4 分

$\therefore \tan B=\dfrac{\sin B}{\cos B}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.…………………………………………5 分

（2）由（1）知 $\tan B=\dfrac{\sqrt{2}}{2}>0$，则角 B 为锐角.

$\because \begin{cases}\sin^2 B+\cos^2 B=1\\ \tan B=\dfrac{\sin B}{\cos B}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\end{cases}$，$\therefore \begin{cases}\sin B=\dfrac{\sqrt{3}}{3}\\ \cos B=\dfrac{\sqrt{6}}{3}\end{cases}$.……………………………7 分

由正弦定理知：$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}$，则 $\sin A=\dfrac{a}{b}\sin B,\sin C=\dfrac{c}{b}\sin B$，.

$\therefore \sin A\sin C=\dfrac{a}{b}\sin B\cdot\dfrac{c}{b}\sin B=\dfrac{ac}{b^2}\sin^2 B$.

又 $\because b=1$，$ac\sin B=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，…………………………………………9 分

$\therefore \sin A\sin C=\dfrac{ac}{b^2}\sin^2 B=ac\sin B\cdot\sin B=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}=\dfrac{\sqrt{6}}{6}$.………………10 分

18.解：（1）由题意知 a_{41}，a_{42}，a_{43} 成等差数列，

$\because a_{42}=\dfrac{1}{8}$，$a_{43}=\dfrac{3}{16}$，$\therefore$ 其公差为 $\dfrac{3}{16}-\dfrac{1}{8}=\dfrac{1}{16}$，…………3 分

$a_{44}=a_{43}+\dfrac{1}{16}=\dfrac{1}{4}$，

又$\because a_{24}$，a_{34}，a_{44}成等比数列，且$a_{24}=1$，

$\therefore$公比$q^2=\dfrac{a_{44}}{a_{24}}=\dfrac{1}{4}$，由于 $a_{ij}>0$，故 $q=\dfrac{1}{2}$；…………6 分

（2）由$a_{42}=\dfrac{1}{8}$，$a_{43}=\dfrac{3}{16}$可得$a_{41}=\dfrac{1}{8}-\dfrac{1}{16}=\dfrac{1}{16}$，

而$a_{41}=a_{11}\times q^3=a_{11}\times\dfrac{1}{8}=\dfrac{1}{16}$，故 $a_{11}=\dfrac{1}{2}$，所以 $a_{n1}=a_{11}\times(\dfrac{1}{2})^{n-1}=(\dfrac{1}{2})^n$；

又 $a_{14}=\dfrac{a_{24}}{q}=2$，所以 $a_{n4}=a_{14}\times(\dfrac{1}{2})^{n-1}=2\times(\dfrac{1}{2})^{n-1}$，………………9 分

由于 a_{n1}，a_{n2}，a_{n3}，a_{n4}，…为等差数列，公差为d_n，

所以$a_{n4}=a_{n1}+3d_n$，即$d_n=\dfrac{1}{3}[2\times(\dfrac{1}{2})^{n-1}-(\dfrac{1}{2})^n]=(\dfrac{1}{2})^n$，…………11 分

所以 $S_n=\dfrac{\frac{1}{2}[1-(\frac{1}{2})^n]}{1-\frac{1}{2}}=1-(\dfrac{1}{2})^n$.…………………………………………12 分

19．解：（1）由题意得$\bar{x}=\dfrac{4+5+7+8}{4}=6$，$\bar{y}=\dfrac{0.3+0.3+0.4+0.6}{4}=0.4$，

又$\sum\limits_{i=1}^{4}x_iy_i=8\times0.6+7\times0.4+5\times0.3+4\times0.3=10.3$，

$\therefore\sum\limits_{i=1}^{4}x_iy_i-4\bar{x}\cdot\bar{y}=10.3-4\times6\times0.4=0.7$

$\because\sum\limits_{i=1}^{4}x_i^2=8^2+7^2+5^2+4^2=154$，

$\therefore\sum\limits_{i=1}^{4}x_i^2-4\bar{x}^2=154-4\times36=10$，

$\therefore\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{4}x_iy_i-4\bar{x}\cdot\bar{y}}{\sum\limits_{i=1}^{4}x_i^2-4\bar{x}^2}=\dfrac{0.7}{10}=0.07$，…………………………5 分

所以$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}=0.4-0.07\times6=-0.02$，

故得 y 关于 x 的线性回归方程为$\hat{y}=0.07x-0.02$；…………………………6 分

（2）设小江、小沈两人中选择考研的人数为X，则X的所有可能值为0、1、2，

$P(X=0)=(1-p)(2-2p)=2(1-p)^2$，

$P(X=1)=p(2-2p)+(1-p)(2p-1)=-4p^2+5p-1$，

$P(X=2)=p(2p-1)=2p^2-p$，

$\therefore E(X)=0\times2(1-p)^2+1\times(-4p^2+5p-1)+2\times(2p^2-p)=3p-$，……………9 分

$E(0.6X)=0.6\times(3p-1)\le0.75$，可得$p\le\dfrac{3}{4}$，

又因为$\begin{cases}0\le p\le1\\0\le2p-1\le1\end{cases}$，可得$\dfrac{1}{2}\le p\le1$，

故$\dfrac{1}{2}\le p\le\dfrac{3}{4}$.…………………………12 分

20．解：（1）在直角梯形 $ABCD$ 中，$\because AD // BC$

又 $AD \subset$ 平面 PAD，$BC \not\subset$ 平面 PAD，$\therefore BC //$ 平面 PAD，…………………3 分

$\because BC \subset$ 平面 PBC，平面 $PAD \cap$ 平面 $PBC = l_1$，

$\therefore l_1 // BC$ ……………………………………………………………5 分

（2）设 $AB \cap CD = Q$，连接 PQ，则直线 l_2 为直线 PQ，由（1）知 $l_1 // BC$，

由题意知 $PD = PB$，取 BD 的中点 O，连接 PO，则 $PO \perp BD$

$\because$ 平面 $PBD \perp$ 平面 $ABCD$，平面 $PBD \cap$ 平面 $ABCD = BD$

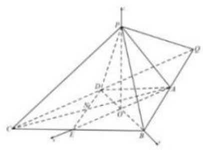
$\therefore PO \perp$ 平面 $ABCD$…………………………7 分

取 BC 的中点 E，连接 DE，则四边形 $ABED$ 为正方形,连接 OA，OE，则 $OE \perp OB$

$\therefore OE$，OB，OP 两两垂直，以 O 为坐标原点，$\overrightarrow{OE}$ 的方向为 x 轴的正方向建立如图所示的空间直角坐标系，…………………………8 分

则 $B(0,1,0)$，$C(2,-1,0)$，$A(-1,0,0)$，D（$0,-1,0$），$P(0,0,1)$，$Q(-2,-1,0)$，

$\overrightarrow{PQ}=(-2,-1,-1)$，$\overrightarrow{BC}=(2,-2,0)$，$\overrightarrow{PA}=(-1,0,-1)$，$\overrightarrow{AD}=(1,-1,0)$



设平面 α 的法向量为 $\overrightarrow{n_1}=(x_1,y_1,z_1)$，则 $\overrightarrow{n_1} \perp \overrightarrow{BC}$，$\overrightarrow{n_1} \perp \overrightarrow{PQ}$

所以 $\begin{cases} -2x_1-y_1-z_1=0 \\ 2x_1-2y_1=0 \end{cases}$，取 $y_1=1$，得 $\overrightarrow{n_1}=(1,1,-3)$

设平面 PAD 的法向量为 $\overrightarrow{n_2}=(x_2,y_2,z_2)$，则 $\overrightarrow{n_2} \perp \overrightarrow{PA}$，$\overrightarrow{n_2} \perp \overrightarrow{AD}$

所以 $\begin{cases} -x_2-z_2=0 \\ x_2-y_2=0 \end{cases}$，取 $y_2=1$，得 $\overrightarrow{n_2}=(1,1,-1)$ …………………………10 分

所以 $\cos<\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}>=\dfrac{\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{n_2}}{|\overrightarrow{n_1}||\overrightarrow{n_2}|}=\dfrac{5}{\sqrt{3}\times\sqrt{11}}=\dfrac{5\sqrt{33}}{33}$

所以平面 α 与平面 PAD 所成角的余弦值为 $\dfrac{5\sqrt{33}}{33}$.…………………………12 分

21．解：（1）由题意知 $F(x)=f(x)+g(x)=e^{2x}+(a-2)e^x-ax-1$，求导得，

$F'(x)=2e^{2x}+(a-2)e^x-a=(2e^x+a)(e^x-1)$，

令 $F'(x)=(2e^x+a)(e^x-1)=0$，得 $e^x=1$，$e^x=-\dfrac{a}{2}$，又因为 $a<0$，则 $x_1=0$，$x_2=\ln(-\dfrac{a}{2})$，……………………………………………2 分

①当 $a=-2$ 时，有 $x_1=0=x_2=\ln(-\dfrac{a}{2})$，此时 $F'(x)=(e^x-1)^2\geq 0$，所以此时 $F(x)$ 在 R 上单调递增；

②当 $a<-2$ 时，有 $x_1=0<x_2=\ln(-\dfrac{a}{2})$，令 $F'(x)>0$ 得：$x\in(-\infty,0)\cup(\ln(-\dfrac{a}{2}),+\infty)$，所以 $F(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 和 $(\ln(-\dfrac{a}{2}),+\infty)$ 上单调递增，令 $F'(x)<0$ 得：$x\in(0,\ln(-\dfrac{a}{2}))$，所以 $F(x)$ 在 $(0,\ln(-\dfrac{a}{2}))$ 上单调递减；

③当$-2<a<0$时，有$x_1=0>x_2=\ln(-\frac{a}{2})$，令$F'(x)>0$得：$x\in(0,+\infty)\cup(-\infty,\ln(-\frac{a}{2}))$，所以$F(x)$在$(-\infty,\ln(-\frac{a}{2}))$和$(0,+\infty)$上单调递增，令$F'(x)<0$得：$x\in(\ln(-\frac{a}{2}),0)$，所以$F(x)$在$(\ln(-\frac{a}{2}),0)$上单调递减.

综上所述：当$a<-2$时，$F(x)$在$(-\infty,0)$和$(\ln(-\frac{a}{2}),+\infty)$上单调递增，在$\left(0,\ln\left(-\frac{a}{2}\right)\right)$上单调递减；

当$a=-2$时，$F(x)$在R上单调递增；

当$-2<a<0$时，$F(x)$在$(-\infty,\ln(-\frac{a}{2}))$和$(0,+\infty)$上单调递增，在$(\ln(-\frac{a}{2}),0)$上单调递减；…………………………6分

（2）由题意知$f(x)$在区间$(0,+\infty)$上存在唯一零点x_0，即存在唯一的$x_0\in(0,+\infty)$，使得$f(x_0)=e^{2x_0}-ax_0-1=0$，即得$a=\frac{e^{2x_0}-1}{x_0}$，…………………………7分

若要证明$a>x_0+2$，则只需证明$x_0<a-2=\frac{e^{2x_0}-1}{x_0}-2$，

即只需证明$e^{2x_0}-(x_0+1)^2>0\ (x_0>0)$即可，

不妨设$h(x)=e^{2x}-(x+1)^2$ …………………………9分

求导得$h'(x)=2e^{2x}-2(x+1)\ (x>0)$，

令$u(x)=h'(x)=2e^{2x}-2(x+1)\ (x>0)$，继续求导得$u'(x)=4e^{2x}-2>4-2=2>0$，

所以当$x>0$时，$h'(x)=2e^{2x}-2(x+1)$单调递增，

所以$h'(x)=2e^{2x}-2(x+1)>h'(0)=0$，

所以当$x>0$时，$h(x)=e^{2x}-(x+1)^2$单调递增，所以$h(x)=e^{2x}-(x+1)^2>h(0)=0$，

即当$x_0>0$时，有不等式$e^{2x_0}-(x_0+1)^2>0$成立，

综上所述：若$f(x)$在区间$(0,+\infty)$上存在唯一零点x_0，则$a>x_0+2$.……………12分

22．解：（1）设抛物线K的方程为$x^2=2py\ (p>0)$，

由椭圆T得：$a=\sqrt{2}$，$b=1$，则$c=1$，故抛物线K的焦点坐标为$(0,1)$，

所以$\frac{p}{2}=1$，所以抛物线K的方程为$x^2=4y$.…………………………2分

易知过点F的直线l的斜率存在，故可设直线l方程为$y=kx+1$，

设$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，$C(x_3,y_3)$，$D(x_4,y_4)$，

联立$\begin{cases} y=kx+1 \\ \frac{y^2}{2}+x^2=1 \end{cases}$，消去$y$得：$(2+k^2)x^2+2kx-1=0$，

则$x_1+x_2=-\frac{2k}{2+k^2}$，$x_1x_2=-\frac{1}{2+k^2}$，

所以$|AB|=\sqrt{(1+k^2)\left[(-\frac{2k}{2+k^2})^2-4(-\frac{1}{2+k^2})\right]}=\frac{2\sqrt{2}(1+k^2)}{2+k^2}$.

联立$\begin{cases} y=kx+1 \\ x^2=4y \end{cases}$，消去$y$得：$x^2-4kx-4=0$，

则$x_3+x_4=4k$，$x_3x_4=-4$，…………………………………………4分

则$|CD|=\sqrt{(1+k^2)(16k^2+16)}=4(1+k^2)$

又$|BD|-|AC|=(|BD|+|BC|)-(|AC|+|BC|)=|CD|-|AB|$

$=4(1+k^2)-\dfrac{2\sqrt{2}(1+k^2)}{2+k^2}=\dfrac{2(1+k^2)(4+2k^2-\sqrt{2})}{2+k^2}>0$，

即$|AC|<|BD|$.……………………………………………………………………6 分

（2）设$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，$E(x_5,y_5)$，$G(x_6,y_6)$，

当直线l的斜率存在且不为零时，

设直线l方程为$y=kx+1$（$k\neq 0$），则直线EG方程为$y=-\dfrac{1}{k}x+1$ ，

由（1）的过程可知：$|AB|=\dfrac{2\sqrt{2}(1+k^2)}{2+k^2}$，

由$|CD|=4(1+k^2)$，以$-\dfrac{1}{k}$ 替换k，可得$|EG|=4(1+\dfrac{1}{k^2})$，

所以$S_{四边形AEBG}=\dfrac{1}{2}|AB|\cdot|EG|=\dfrac{4\sqrt{2}(1+k^2)^2}{(1+k^2)^2-1}=\dfrac{4\sqrt{2}}{1-\dfrac{1}{(1+k^2)^2}}$， ……………8 分

因为$1+k^2>1$，所以$\dfrac{1}{(1+k^2)^2}\in(0,1)$，$1-\dfrac{1}{(1+k^2)^2}\in(0,1)$，

$S_{四边形AEBG}=\dfrac{4\sqrt{2}}{1-\dfrac{1}{(1+k^2)^2}}>4\sqrt{2}$； ……………………………………………10 分

当直线l的斜率不存在时，$|AB|=2\sqrt{2}$，$|EG|=4$，

所以$S_{四边形AEBG}=\dfrac{1}{2}|AB|\cdot|EG|=\dfrac{1}{2}\times 2\sqrt{2}\times 4=4\sqrt{2}$；

综上所述：$S_{四边形AEBG}\geq 4\sqrt{2}$，所以四边形$AEBG$面积的最小值为$4\sqrt{2}$.…………12 分

关于我们