2024年普通高等学校招生全国统一考试考前演练二

数学

座位号
考生号
姓名

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。

2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题（本大题共8小题，每小题5分，共40分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.）

1. 已知 $A=\{0,1,2\}$，$B=\{x|x^2+x=0\}$，则 $A\cup B$ 为

A. $\varnothing$　　B. $\{0\}$

C. $\{0,1,2\}$　　D. $\{-1,0,1,2\}$

2. 已知复数 $z=\frac{2+i}{1+i}$，则复数 z 的实部与虚部之和为

A. 0　　B. 1　　C. $\sqrt{2}$　　D. 2

3. 某骑行爱好者在专业人士指导下对近段时间骑行锻炼情况进行统计分析，统计每次骑行期间的身体综合指标评分 x 与骑行用时 y（单位：小时）如下表：

身体综合指标评分(x)	1	2	3	4	5
用时(y/小时)	9.5	8.8	7.8	7	6.1

由上表数据得到的正确结论是

参考数据：$\sum_{i=1}^{5}(x_i-\bar{x})^2=10$，$\sum_{i=1}^{5}(y_i-\bar{y})^2=7.06$，$\sum_{i=1}^{5}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})=-8.4$，$\sqrt{70.6}\approx 8.402$.

参考公式：相关系数 $r=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}}$.

A. 身体综合指标评分 x 与骑行用时 y 正相关

B. 身体综合指标评分 x 与骑行用时 y 的相关程度较弱

C. 身体综合指标评分 x 与骑行用时 y 的相关程度较强

D. 身体综合指标评分 x 与骑行用时 y 的关系不适合用线性回归模型拟合

4. 已知二项式 $(1+2x)^n$（其中 $n\in N^*$ 且 $n\geqslant 5$）的展开式中 x^3 与 x^4 的系数相等，则 n 的值为

A. 5　　B. 6　　C. 7　　D. 8

5. 已知函数 $y=f(x)$ 是定义在 R 上的偶函数，对任意实数 x，$f(2-x)=f(x)$. 当 $x\in[1,2]$ 时，$f(x)=1-\log_2 x$. 则 $f(21)$ 的值为

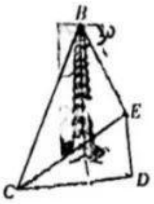
A. 0　　　　B. 1

C. $1-\log_2 21$　　　　D. $10+\log_2 21$

6. 已知点 $M(4,1)$，抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 的焦点为 F，P 为抛物线上一动点，当 P 运动到 $(2,t)$ 时，$|PF|=4$，则 $|PM|+|PF|$ 的最小值为

A. 6　　B. 5　　C. 4　　D. 3

7. 湖南省衡阳市的来雁塔，始建于明万历十九年（1591 年），因鸿雁南北迁徙时常在境内停留而得名. 1983 年被湖南省人民政府公布为重点文物保护单位. 为测量来雁塔的高度，因地理条件的限制，分别选择 C 点和一建筑物 DE 的楼顶 E 为测量观测点，已知点 A 为塔底，A,C,D 在水平地面上，来雁塔 AB 和建筑物 DE 均垂直于地面（如右图所示）. 测得 $CD=18$ m，$AD=15$ m，在 C 点处测得 E 点的仰角为 30°，在 E 点处测得 B 点的仰角为 60°，则来雁塔 AB 的高度约为（$\sqrt{3}\approx1.732$，精确到 0.1 m）



A. 35.0 m　　　　B. 36.4 m

C. 38.4 m　　　　D. 39.6 m

8. 已知圆 $C:(x-4)^2+y^2=4$，点 M 在线段 $y=x(0\leqslant x\leqslant 4)$ 上，过点 M 作圆 C 的两条切线，切点分别为 A,B，以 AB 为直径作圆 C'，则圆 C' 的面积的最大值为

A. π　　B. 2π　　C. $\frac{5\pi}{2}$　　D. 3π

二、选择题（本大题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分.）

9. 已知函数 $f(x)=\cos(2x+\varphi)\left(-\frac{\pi}{2}<\varphi<0\right)$ 的图象经过点 $P\left(0,\frac{1}{2}\right)$，则下列结论正确的是

A. 函数 $f(x)$ 的最小正周期为 π

B. $\varphi=-\frac{\pi}{3}$

C. 函数 $f(x)$ 的图象关于点 $\left(-\frac{5\pi}{6},0\right)$ 中心对称

D. 函数 $f(x)$ 在区间 $\left(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}\right)$ 单调递减

10. 已知函数 $f(x)$ 是定义域为 R 的偶函数，$g(x)$ 是定义域为 R 的奇函数，且 $f(x)+g(x)=2e^x$. 函数 $F(x)=f(2x)-2mf(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上的最小值为 -2. 则下列结论正确的是

A. $f(x)=e^x+e^{-x}$　　　　B. $g(x)$ 在实数集 R 单调递减

C. $m=3$　　　　D. $m=-3$，3 或 $\frac{13}{4}$

11. 在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，M、N 分别是侧棱 BB_1、CC_1 的中点，P 是侧面 BCC_1B_1(含边界)内一点，则下列结论正确的是

A. 若点 P 与顶点 C_1 重合，则异面直线 AA_1 与 DP 所成角的大小为 $60°$

B. 若点 P 在线段 MN 上运动，则三棱锥 C_1-PDB_1 的体积为定值

C. 若点 P 在线段 B_1C 上，则 $AP\perp BD_1$

D. 若点 P 为 BC_1 的中点，则三棱锥 $P-ABC$ 的外接球的体积为 $\frac{8\sqrt{2}\pi}{3}$

三、填空题(本大题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.)

12. 在$\triangle ABC$ 中，$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{c}$，$\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{b}$，点 M 满足 $\overrightarrow{BM}=\lambda\overrightarrow{BC}(0<\lambda<1)$，若 $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{3}\boldsymbol{b}+\frac{2}{3}\boldsymbol{c}$，则 λ 的值为________.

13. 已知 $\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{5}$，则 $\cos\left(\frac{\pi}{3}-2\alpha\right)$ 等于________

14. 已知 F_1，F_2 是椭圆 C 的两个焦点，P 为椭圆 C 上一点，且$\angle F_1PF_2=60°$，$|PF_1|=m|PF_2|$ $(2\leqslant m\leqslant 3)$，则椭圆 C 的离心率取值范围为________.

四、解答题(本大题共 5 小题，共 77 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

15. (本小题满分 13 分)

已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，且 $a_4=7$，$S_9=81$. 等比数列$\{b_n\}$是正项递增数列，且 $b_1b_2b_3=8$，$b_1+b_2+b_3=7$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项 a_n 和数列$\{b_n\}$的通项 b_n；

(2)若 $c_n=\begin{cases}-a_nb_{n+1}, & n\text{ 为奇数},\\ a_nb_n, & n\text{ 为偶数},\end{cases}$ 求数列$\{c_n\}$的前 $2n$ 项和.

16. (本小题满分 15 分)

如图 1，在五边形 $ABCDP$ 中，连接对角线 AD，$AD/\!/BC$，$AD\perp DC$，$PA=PD=2\sqrt{2}$，$AD=2BC=2DC=4$，将三角形 PAD 沿 AD 折起，连接 PC，PB，得四棱锥 $P-ABCD$(如图 2)，且 $PB=2\sqrt{2}$，E 为 AD 的中点，M 为 BC 的中点，点 N 在线段 PE 上.

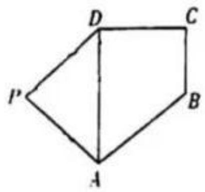


图1

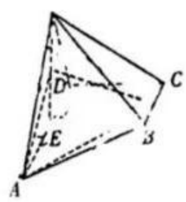


图2

(1)求证：平面 $PAD\perp$平面 $ABCD$；

(2)若平面 AMN 和平面 PAB 的夹角的余弦值为$\frac{3\sqrt{87}}{29}$，求线段 EN 的长.

17.(本小题满分 15 分)

三人篮球赛是篮球爱好者的半场篮球比赛的简化版，球场为 15×11 米，比赛要求有五名球员. 某高校为弘扬体育精神，丰富学生业余生活，组织"挑战擂王"三人篮球赛，为了增强趣味性和观赏性，比赛赛制为三局二胜制，即累计先胜两局者赢得最终比赛胜利(每局积分多的队获得该局胜利，若积分相同则加时决出胜负). 每局比赛中犯规次数达到 4 次的球员被罚出场(终止本场比赛资格). 该校的勇士队挑战"擂王"公牛队，李明是公牛队的主力球员，据以往数据分析统计，若李明比赛没有被罚出场，公牛队每局比赛获胜的概率都为$\frac{3}{4}$；若李明被罚出场或李明没有上场比赛，公牛队每局比赛获胜的概率都为$\frac{1}{2}$，设李明每局比赛被罚出场的概率为 p，且 $p\in\left[\frac{1}{6},\frac{1}{2}\right]$.

(1)若李明参加了每局的比赛，且 $p=\frac{1}{3}$.

(ⅰ)求公牛队每局比赛获胜的概率；

(ⅱ)设比赛结束时比赛局数为随机变量 X，求随机变量 X 的分布列和数学期望；

(2)为了增强比赛的娱乐性，勇士队和公牛队约定：李明全程上场比赛，但若李明被罚出场，则李明将不参加后面的所有局次比赛. 记事件 A 为公牛队 2∶0 获得挑战赛胜利，求事件 A 的概率的最小值.

18.(本小题满分 17 分)

已知双曲线 $E:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点为 F_1、F_2，点 $P(2\sqrt{2},y_0)$在双曲线 E 的右支上，且$|PF_1|-|PF_2|=4$，三角形 PF_1F_2 的面积为$\sqrt{5}$.

(1)求双曲线 E 的方程；

(2)已知直线 $l:x=1$ 与 x 轴交于点 M，过 M 作斜率不为 0 的直线 l_1、l_2，直线 l_1 交双曲线 E 于 A、B 两点，直线 l_2 交双曲线 E 于 C、D 两点. 直线 AC 交直线 l 于点 G，直线 BD 交直线 l 于点 H. 试证明：$\frac{|MG|}{|MH|}$为定值，并求出该定值.

19.(本小题满分 17 分)

已知函数 $f(x)=a^2e^x-3ax(a\in\mathbf{R},a\neq0$，e 是自然对数的底数，e=2.71828…).

(1)当 $a=1$ 时，求函数 $f(x)$的零点个数；

(2)当 $a=1$ 时，证明：$f(x)\geqslant\cos x-2x$；

(3)证明：若 $a\in[1,+\infty)$，$x\in\mathbf{R}$，则 $f(x)\geqslant1-2\sin x$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。