

## 长郡中学 2022 级高二上期阶段性检测

# 数 学

命题人:李典芳 王守磊 审题人:高家敏

得分: \_\_\_\_\_

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,共 8 页。时量 120 分钟。满分 150 分。

### 第 I 卷

一、选择题(本大题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 曲线  $y=e^x \cos x$  在  $x=0$  处的切线斜率为

- A. 0                      B. 1                      C. 2                      D. -2

★2. 设  $S_n$  是等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和,若  $a_2+a_5+a_8=18$ ,则  $S_9=$

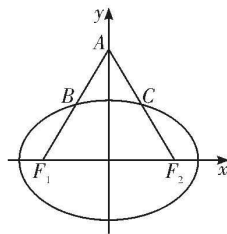
- A. 36                      B. 45                      C. 54                      D. 63

3. 圆  $C_1:(x-2)^2+(y+1)^2=9$  与圆  $C_2:(x+2)^2+(y-2)^2=8$  的位置关系为

- A. 内切                      B. 相交                      C. 外切                      D. 外离

4. 椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的两焦点为  $F_1, F_2$ , 以  $F_1F_2$  为边作正三角形,若椭圆恰好平分正三角形的另两边,则椭圆的离心率是

- A.  $\frac{1}{2}$                       B.  $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$   
C.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$                       D.  $\sqrt{3}-1$



★5. 已知等比数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ,且  $\frac{S_6}{S_3}=4$ ,则  $\frac{S_9}{S_6}=$

- A.  $\frac{5}{3}$                       B.  $\frac{2}{3}$                       C.  $\frac{9}{4}$                       D.  $\frac{13}{4}$

6. 设  $F$  是椭圆  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$  的右焦点,  $P$  是椭圆上的动点,  $A$  是直线  $x + \sqrt{3}y - 12 = 0$  上的动点,则  $|PA| - |PF|$  的最小值为

- A.  $\frac{9}{5}$                       B. 3                      C.  $\frac{13}{2}$                       D.  $\frac{5}{2}$

数学试题(长郡版)第 1 页(共 8 页)

学 校 班 级 姓 名 号

题 答 要 不 内 线 封 密

7. 已知圆锥的底面积为  $\pi$ , 侧面积是底面积的 2 倍, 则该圆锥外接球的表面积为

- A.  $\frac{32\sqrt{3}\pi}{27}$       B.  $\frac{16\pi}{3}$       C.  $\frac{16\pi}{9}$       D.  $\frac{16\sqrt{3}\pi}{9}$

8. 定义在  $(0, +\infty)$  上的可导函数  $f(x)$ , 满足  $f'(x) + \frac{2f(x)}{x} = \frac{\ln x}{x^2}$ , 且

$f(e) = \frac{1}{2e}$ , 若  $a = f\left(\frac{1}{e}\right)$ ,  $b = f\left(\frac{\sqrt{2}\ln 2}{4}\right)$ ,  $c = f(\ln\sqrt{2})$ , 则  $a, b, c$  的大小关系是

- A.  $a > b > c$       B.  $a > c > b$       C.  $b > c > a$       D.  $c > b > a$

二、多选题(本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求, 全部选对的得 5 分, 有选错的得 0 分, 部分选对的得 2 分)

9. 已知直线  $l_1: x + (a-1)y + 1 = 0$ , 直线  $l_2: ax + 2y + 2 = 0$ , 则下列结论正确的是

- A.  $l_1$  在  $x$  轴上的截距为  $-1$       B.  $l_2$  过定点  $(0, -1)$   
C. 若  $l_1 \parallel l_2$ , 则  $a = -1$  或  $a = 2$       D. 若  $l_1 \perp l_2$ , 则  $a = \frac{2}{3}$

10. 已知等差数列  $\{a_n\}$  的首项为  $a_1$ , 公差为  $d$ , 前  $n$  项和为  $S_n$ , 若  $S_{10} < S_8 < S_9$ , 则下列说法正确的是

- A.  $a_1 > 0 > d$   
B. 使得  $S_n > 0$  成立的最大自然数  $n = 18$   
C.  $|a_8 + a_9| < |a_{10} + a_{11}|$   
D.  $\left\{\frac{S_n}{a_n}\right\}$  中最小项为  $\frac{S_{10}}{a_{10}}$

11. 若  $f(x) = |\ln x|$  的图象在  $x = x_1, x = x_2 (x_1 < x_2)$  处的切线分别为  $l_1, l_2$ , 且  $l_1 \perp l_2$ , 则

- A.  $x_1 x_2 = 1$   
B.  $x_1 + x_2$  的最小值为 2  
C. 直线  $l_1, l_2$  在  $y$  轴上的截距之差的绝对值为 2  
D. 直线  $l_1, l_2$  在  $y$  轴上的截距之积可能为  $-1$

12. 已知  $F$  是抛物线  $C: y^2 = 2px (p > 0)$  的焦点, 直线  $AB$  经过点  $F$  交抛物线于  $A, B$  两点, 则下列说法正确的是

- A. 以  $AB$  为直径的圆与抛物线的准线相切  
B. 若  $\vec{AF} = 2\vec{FB}$ , 则直线  $AB$  的斜率  $k = 3$   
C. 弦  $AB$  的中点  $M$  的轨迹为一条抛物线, 其方程为  $y^2 = 2px - p^2$   
D. 若  $p = 4$ , 则  $|AF| + 4|BF|$  的最小值为 18

选择题答题卡

题号	1	2	3	4	5	6	7
答案							
题号	8	9	10	11	12	得分	
答案							

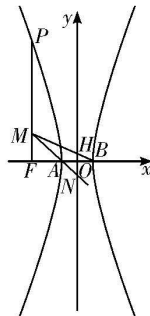
第 II 卷

三、填空题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分)

★13. 双曲线  $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$  的左焦点到其渐近线的距离为\_\_\_\_\_.

14. 若函数  $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x + a \ln x$  有两个不同的极值点,则实数  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

15. 已知双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的左、右顶点分别为  $A, B$ ,左焦点为  $F, P$  为  $C$  上一点,且  $PF \perp x$  轴,过点  $A$  的直线  $l$  与线段  $PF$  交于点  $M$  (异于  $P, F$ ),与  $y$  轴交于点  $N$ ,直线  $MB$  与  $y$  轴交于点  $H$ ,若  $\overrightarrow{HN} = -3\overrightarrow{OH}$  ( $O$  为坐标原点),则  $C$  的离心率为\_\_\_\_\_.



16. 用  $g(n)$  表示自然数  $n$  的所有正因数中最大的那个奇数,例如:9 的正因数有 1、3、9,  $g(9) = 9$ , 10 的正因数有 1、2、5、10,  $g(10) = 5$ . 记  $S(n) = g(1) + g(2) + g(3) + \dots + g(2^n)$ , 则  
(1)  $S(4) =$  \_\_\_\_\_; (2)  $S(n) =$  \_\_\_\_\_.

四、解答题(本大题共 6 小题,共 70 分. 解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分 10 分)

已知圆  $C: (x-2)^2 + y^2 = 1$ .

(1) 直线  $l$  过点  $P(3, 2)$  且与圆  $C$  相切,求直线  $l$  的方程;

(2) 圆  $D: x^2 + y^2 - 3x - y = 0$  与圆  $C$  交于  $A, B$  两点,求公共弦长  $|AB|$ .

★18. (本小题满分 12 分)

已知数列  $\{a_n\}$  的首项  $a_1=2$ , 且满足  $a_{n+1}+a_n=4 \cdot 3^n$ .

- (1) 求证:  $\{a_n - 3^n\}$  是等比数列;
- (2) 求数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n$ .

19. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x)=x^2-x+1-ae^x$ .

- (1) 当  $a=-1$ , 求  $f(x)$  的单调区间;
- (2) 若  $f(x)$  有三个零点, 求  $a$  的取值范围.

20. (本小题满分 12 分)

已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  经过点  $M(\sqrt{3}, \frac{1}{2})$ , 左焦点  $F_1(-\sqrt{3}, 0)$ .

- (1) 求椭圆  $C$  的方程;
- (2) 过点  $D(4, 0)$  作任意直线  $l$  与椭圆  $C$  交于  $A, B$  两点,  $x$  轴上是否存在定点  $M$  使得直线  $MA, MB$  的斜率之和为 0? 若存在, 求出  $M$  点坐标, 若不存在, 请说明理由.

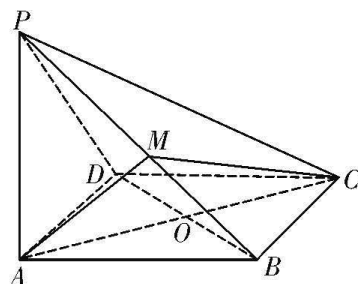


21. (本小题满分 12 分)

如图, 在四棱锥  $P-ABCD$  中, 底面  $ABCD$  是菱形,  $AC$  与  $BD$  交于点  $O$ ,  $\angle BAD=60^\circ$ ,  $PA=AB=2$ ,  $PA \perp AC$ , 平面  $PAC \perp$  平面  $PBD$ ,  $M$  为线段  $PB$  上的一点.

(1) 证明:  $PA \perp$  平面  $ABCD$ ;

(2) 若二面角  $M-AC-B$  余弦值为  $\frac{\sqrt{5}}{5}$ , 求  $\frac{|\overrightarrow{BM}|}{|\overrightarrow{BP}|}$  的值.



22. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = x \ln x - a(x^2 - 1)$  ( $a \in \mathbf{R}$ ).

(1) 若  $a = -1$ , 求函数  $f(x)$  的图象在  $x = 1$  处的切线方程;

(2) 若  $f(x) < 0$  对任意的  $x \in (1, +\infty)$  恒成立, 求  $a$  的取值范围;

(3) 求证:  $\frac{4 \times 1}{4 \times 1^2 - 1} + \frac{4 \times 2}{4 \times 2^2 - 1} + \dots + \frac{4n}{4n^2 - 1} > \ln(2n + 1)$ ,  $n \in \mathbf{N}^*$ .



## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京, 旗下拥有网站 (网址: [www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)) 和微信公众平台等媒体矩阵, 用户群体涵盖

全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线

