

2023—2024 学年度第一学期期末教学质量检测

高三数学试题

注意事项:

审题人:莘县实高 李存才 罗增交

1. 答题前,考生务必用 0.5 毫米黑色签字笔将自己的姓名、座号、考生号、县区和科类填写到答题卡和试卷规定的位置上.

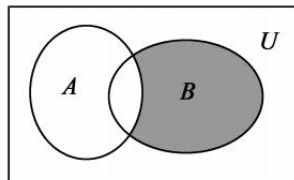
2. 第 I 卷每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑;如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号.

3. 第 II 卷必须用 0.5 毫米黑色签字笔作答,答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应的位置;如需改动,先划掉原来的答案,然后再写上新的答案;不能使用涂改液、胶带纸、修正带.不按以上要求作答的答案无效.

一、单项选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | x(x-3) > 0\}$, $B = \{x | \log_2(x-1) < 2\}$, 则图中阴影部分所表示的集合为

- A. $\{x | 3 \leq x < 5\}$
- B. $\{x | 0 \leq x \leq 3\}$
- C. $\{x | 1 < x < 3\}$
- D. $\{x | 1 < x \leq 3\}$



2. 设 $(i - i^{10})z = 1$, 则 $\bar{z} - z =$

- A. 1
- B. -1
- C. i
- D. $-i$

3. 直线 $x + \sqrt{3}y - 7 = 0$ 的倾斜角为

- A. $\frac{\pi}{6}$
- B. $\frac{5\pi}{6}$
- C. $\frac{\pi}{3}$
- D. $\frac{2\pi}{3}$

4. 已知两条不重合的直线 m 和 n , 两个不重合的平面 α 和 β , 下列四个说法:

- ①若 $m // \alpha, n // \beta, m // n$, 则 $\alpha // \beta$
- ②若 $\alpha // \beta, m // \alpha, n // \beta$, 则 $m // n$
- ③若 $m \perp \alpha, n \perp \beta, m // n$, 则 $\alpha // \beta$
- ④若 $\alpha \perp \beta, m \perp \alpha, n \perp \beta$, 则 $m \perp n$

其中所有正确的序号为

- A. ②④
- B. ③④
- C. ④
- D. ①③

5. 整数 48^5 除以 7, 所得余数为

- A. 1
- B. 3
- C. 5
- D. 6

6. 直线 $l: mx + y - 3 = 0 (m \in \mathbf{R})$ 与圆 $C: (x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$ 相交于 A、B 两点, 下列说法正确的个数为

高三数学试题 第 1 页 (共 4 页)

- ①直线 l 过定点 $(0, 3)$
 ② $m = 2$ 时, 弦 AB 最长
 ③ $m = 1$ 时, $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形
 ④ $m = \frac{3}{4}$ 时, 弦 AB 长为 $2\sqrt{3}$

A. 3 B. 2 C. 1 D. 4

7. 最优化原理是指要求目前存在的多种可能的方案中, 选出最合理的, 达到事先规定的最优目标的方案, 这类问题称之为最优化问题. 为了解决实际生活中的最优化问题, 我们常常需要在数学模型中求最大值或者最小值. 下面是一个有关曲线与直线上点的距离的最值问题, 请你利用所学知识来解答: 若点 M 是曲线 $y = \frac{3}{2}x^2 - 2\ln x$ 上任意一点, 则 M 到直线 $x - y - 2 = 0$ 的距离的最小值为

A. $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{5\sqrt{2}}{4}$ C. $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ D. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

8. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 已知: $(a_{12} - 1)^3 + 2023(a_{12} - 1) = 1$,
 $(a_{2012} - 1)^3 + 2023(a_{2012} - 1) = -1$, 则下列结论正确的是

A. $S_{2023} = -2023, a_{2012} < a_{12}$ B. $S_{2023} = 2023, a_{2012} > a_{12}$
 C. $S_{2023} = -2023, a_{2012} > a_{12}$ D. $S_{2023} = 2023, a_{2012} < a_{12}$

二、多项选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 尊重自然、顺应自然、保护环境, 是全面建设社会主义现代化国家的内在要求, 近年来, 各地区以一系列卓有成效的有力措施逐步改善生态环境, 我国生态文明建设发生了历史性、全局性的变化. 一地区的科研部门调查某绿色植被培育的株高 X (单位: cm) 的情况, 得出 $X \sim N(100, 10^2)$, 则下列说法正确的是

- A. 该地植被株高的均值为 100
 B. 该地植被株高的方差为 10
 C. 若 $P(X > m) = P(X < 2m - 7)$, 则 $m = 69$
 D. 随机测量一株植被, 其株高在 120cm 以上的概率与株高在 70cm 以下的概率一样

10. 已知 $\omega > 0$, 函数 $f(x) = \sin \omega x \cos \omega x + \sqrt{3} \cos^2 \omega x - \frac{\sqrt{3}}{2}$ 的最小正周期为 2π ,

则下列结论正确的是

- A. $\omega = 1$
 B. 函数 $f(x)$ 在区间 $[-\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{12}]$ 上单调递增
 C. 将函数 $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度可得函数 $g(x) = \cos x$ 的图象
 D. 函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{12}$ 对称

高三数学试题 第 2 页 (共 4 页)

11. 下列说法中正确的是

- A. 函数 $y = \sin x + \frac{4}{\sin x}$ 的最小值为 4
 B. 若 $a + b = 2$, 则 $2^a + 2^b$ 的最小值为 4
 C. 若 $a > 0, b > 0, a + b + ab = 3$, 则 ab 的最大值为 1
 D. 若 $x > 0, y > 0$, 且满足 $x + y = 2$, 则 $\frac{1}{x} + \frac{4}{y}$ 的最小值为 $\frac{9}{2}$

12. 正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1, P 为侧面 AA_1D_1D 上的点, Q 为侧面 CC_1D_1D 上的点, 则下列判断正确的是

- A. 直线 $AC_1 \perp$ 平面 A_1BD
 B. 若 $B_1Q \perp AC_1$, 则 $Q \in CD_1$, 且直线 $B_1Q //$ 平面 A_1BD
 C. 若 $BP = \frac{\sqrt{5}}{2}$, 则 P 到直线 A_1D 的距离的最小值为 $\frac{\sqrt{2}}{4}$
 D. 若 $P \in A_1D$, 则 B_1P 与平面 A_1BD 所成角正弦的最小值为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$

三、填空题: 本题共 4 个小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知向量 $\mathbf{a} = (3t + 1, 2), \mathbf{b} = (1, t)$, 若 \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 所成的角为钝角, 则实数 t 的取值范围: _____.

14. 每年 9 月第三个星期六是我国法定的全民国防教育日, 同学们积极参与到国防教育之中为实现中国梦、强军梦凝聚强大力量. 某校国防教育活动中拟将 7 本不同的国防知识书分给甲、乙、丙三个班, 其中一个班得 3 本, 另外两个班每班得 2 本; 则共有 _____ 种不同的分配方式. (请用数字作答)

15. 函数 $f(x) = \begin{cases} (a-3)x + 4a & (x \leq 1) \\ \log_a x & (x > 1) \end{cases}$ 满足对任意 $x_1 \neq x_2$, 都有 $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} < 0$ 成立, 则实数 a 的取值范围是 _____.

16. 椭圆 $C: \frac{x^2}{9} + y^2 = 1$ 的左右焦点分别为 F_1, F_2, O 为坐标原点, 给出以下四个命题:

- ① 过点 F_2 的直线与椭圆 C 交于 A, B 两点, 则 $\triangle ABF_1$ 的周长为 12;
 ② 椭圆 C 上存在点 P , 使得 $\overrightarrow{PF_1} \cdot \overrightarrow{PF_2} = 0$;
 ③ 椭圆 C 的离心率为 $\frac{1}{3}$;
 ④ P 为椭圆 $C: \frac{x^2}{9} + y^2 = 1$ 上一点, Q 为圆 $x^2 + y^2 = 1$ 上一点, 则点 P, Q 的最大距离为 4.

其中正确的序号有 _____.

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 10 分)

记 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $(\sin C + \sin B)(c - b) = a(\sin A - \sin B)$.

- (1) 求角 C 的大小
 (2) 设 $c = 3, \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 1$, 求 $\triangle ABC$ 的周长.

18. (本小题满分 12 分)

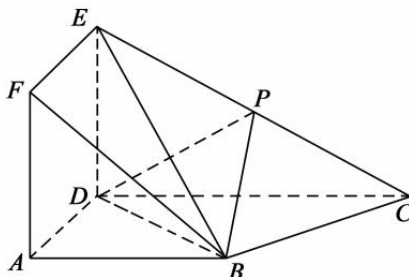
已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $a_2=4, S_8=72, n \in \mathbf{N}^*$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 记数列 $\left\{\frac{1}{S_n+a_n}\right\}$ 的前 n 项和 T_n , 求证: $T_n < \frac{11}{18}$.

19. (本小题满分 12 分)

如图, 梯形 $ABCD$ 中, $AD \perp AB, AB \parallel CD$, 平行四边形 $ADEF$ 的边 AF 垂直于梯形 $ABCD$ 所在的平面, $CD=8, AB=AD=AF=4, P$ 是 CE 的中点,



(1) 求证: 平面 $BDE \perp$ 平面 BCE ;

(2) 求二面角 $P-BD-C$ 的正弦值.

20. (本小题满分 12 分)

乒乓球起源于英国的 19 世纪末, 因为 1959 年的世界乒乓球锦标赛, 中国参赛运动员为中国获得了第一个世界冠军, 而使国人振奋, 从此乒乓球运动在中国风靡, 成为了事实上中国的国球的体育项目. 国球在校园中的普及也丰富了老师、同学们的业余生活. 某校拟从 5 名优秀乒乓球爱好者中抽选人员分批次参加社区共建活动. 共建活动共分 3 批次进行, 每次活动需要同时派送 2 名选手, 且每次派送选手均从 5 人中随机抽选. 已知这 5 名选手中, 2 人有比赛经验, 3 人没有比赛经验.

(1) 求 5 名选手中的“1 号选手”, 在这 3 批次活动中有且只有一次被抽选到的概率;

(2) 求第二次抽选时, 选到没有比赛经验的选手的人数最有可能是几人? 请说明理由;

(3) 现在需要 2 名乒乓球选手完成某项特殊比赛任务, 每次只能派一个人, 且每个人只派一次, 如果前一位选手不能赢得比赛, 则再派另一位选手. 若有 A, B 两位选手可派, 他们各自完成任务的概率分别为 P_A, P_B , 且 $P_A > P_B$, 各人能否完成任务相互独立. 试分析以怎样的顺序派出选手, 可使所需派出选手的人员数目的数学期望达到最小.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = 2x - 2(a+2)\sqrt{x} + a \ln x (a \in \mathbf{R})$.

(1) 当 $a=0$ 时, 求曲线 $f(x)$ 在 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(2) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性.

22. (本小题满分 12 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 椭圆 C 与双曲线 $\frac{x^2}{2} - y^2 = 1$

有共同的焦点, 点 A 是椭圆上任意一点, 则 $|AF_1|$ 的最大值为 $2 + \sqrt{3}$.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 过点 $Q(-4, 0)$ 任作一动直线 l 交椭圆 C 于 M, N 两点, 记 $\overrightarrow{MQ} = \lambda \overrightarrow{QN}$, 若在线段 MN 上取一点 R , 使得 $\overrightarrow{MR} = -\lambda \overrightarrow{RN}$, 则当直线 l 转动时, 点 R 在某一定直线上运动, 求该定直线的方程.

关于我们

齐鲁家长圈系业内权威、行业领先的自主选拔在线旗下子平台，集聚高考领域权威专家，运营团队均有多年高考特招研究经验，熟知山东新高考及特招政策，专为山东学子服务！聚焦山东新高考，提供新高考资讯、新高考政策解读、志愿填报、综合评价、强基计划、专项计划、双高艺体、选科、生涯规划等政策资讯服务，致力于做您的山东高考百科全书。

第一时间获取山东高考升学资讯，关注齐鲁家长圈微信号：sdgkjzq。



微信搜一搜

齐鲁家长圈

打开“微信 / 发现 / 搜一搜”搜索