

高二数学试卷

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。
4. 本试卷主要考试内容:人教 A 版选择性必修第一册。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 双曲线 $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{35} = 1$ 的渐近线方程为

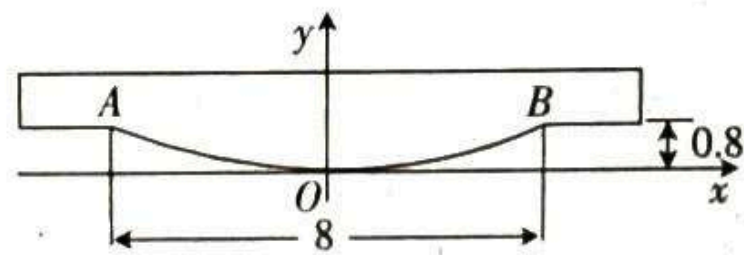
- A. $y = \pm\sqrt{7}x$ B. $y = \pm\frac{\sqrt{7}}{7}x$ C. $y = \pm 2\sqrt{2}x$ D. $y = \pm\frac{\sqrt{2}}{4}x$

2. 圆 $O: x^2 + y^2 = 1$ 与圆 $M: (x+1)^2 + (y-1)^2 = 9$ 的位置关系为

- A. 外离 B. 相切 C. 相交 D. 内含

3. 鱼腹式吊车梁中间截面大,逐步向梁的两端减小,形状像鱼腹。如图,鱼腹式吊车梁的鱼腹部分 AOB 是抛物线的一部分,其宽为 8 m,高为 0.8 m,根据图中的坐标系,则该抛物线的焦点坐标为

- A. (5,0) B. (10,0) C. (0,5) D. (0,10)



4. 在空间直角坐标系中,直线 l 的一个方向向量为 $m = (-1, 0, 3)$,平面 α 的一个法向量为 $n = (1, \sqrt{5}, 2)$,则直线 l 与平面 α 所成的角为

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{5\pi}{6}$

5. 已知直线 $x + 2y = 0$ 与圆 $M: x^2 + y^2 - 2x - 4y - 2 = 0$ 交于 A, B 两点,则 $|AB| =$

- A. 2 B. $2\sqrt{2}$ C. $2\sqrt{3}$ D. 4

6. 如图,此耳杯为新疆和田白玉雕琢而成,玉质莹润,工艺精巧,是汉代玉制品的精美之作,现藏于吉林博物院。此耳杯杯口的形状是一个椭圆,已知该椭圆的长轴长为 13 厘米,短轴长为 9.5 厘米,则该椭圆的离心率为

- A. $\frac{2\sqrt{35}}{13}$ B. $\frac{3\sqrt{35}}{26}$ C. $\frac{\sqrt{35}}{13}$ D. $\frac{\sqrt{35}}{26}$



7. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的虚轴长与实轴长的差为 2, 点 $A(0, a), B(b, 0)$, 坐标原点 O 到直线 AB 的距离为 $\frac{2\sqrt{5}}{5}a$, 则 C 的焦距为

- A. $\sqrt{5}$ B. $\sqrt{6}$ C. $2\sqrt{5}$ D. $2\sqrt{6}$

8. 在三棱台 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AA_1 = AB = AC = 2A_1B_1 = 2$, $\cos \angle BAA_1 = \cos \angle BAC = \cos \angle CAA_1 = \frac{1}{4}$, $\triangle A_1B_1C_1$ 的重心为 O , BC 的中点为 D , A_1D 与 AO 相交于点 E , 则 AE 的长为

- A. $\frac{\sqrt{179}}{4}$ B. $\frac{\sqrt{178}}{4}$ C. $\frac{\sqrt{179}}{8}$ D. $\frac{\sqrt{178}}{8}$

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 若直线 $l_1: x - y - 5 = 0, l_2: Ax - By + 3 = 0, l_3: Ax + 2y + 1 = 0$, 且 $l_1 \parallel l_2, l_1 \perp l_3$, 则

- A. $A = -2$ B. $B = 2$
C. l_1, l_2 之间的距离为 $\frac{13\sqrt{2}}{4}$ D. l_2, l_3 的交点坐标为 $(-1, \frac{1}{2})$

10. 已知 F_1, F_2 分别是椭圆 $M: \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (0 < b < 3)$ 的左、右焦点, 点 P 在 M 上, 且 $|PF_1| = 4$,

$\sin \angle F_1PF_2 = \frac{\sqrt{15}}{4}$, 则 b 的值可能为

- A. $\sqrt{5}$ B. 2 C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{2}$

11. 已知 F 为抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点, 过 F 的直线 l 与 C 交于 A, B 两点, $|AF| = 3|BF|$, C 的准线与 x 轴的交点为 F_1 , 点 A 在准线上的投影为点 A_1 , 且四边形 AA_1F_1F 的面积为 $\frac{27\sqrt{3}}{2}$, 则

- A. $|BF| = 2$ B. $p = 3$
C. 直线 l 的斜率为 $\sqrt{3}$ D. 点 A 的横坐标为 $\frac{9}{2}$

12. 已知第一象限内的点 P 在双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 上, F_1, F_2 分别为 C 的左、右焦点,

$\triangle F_1PF_2$ 的内切圆是半径为 a 的圆 M , 若直线 PF_2 的斜率小于 -2 , 则 C 的离心率可能为

- A. $\frac{5}{2}$ B. $\frac{9}{4}$ C. $\frac{\sqrt{5}+2}{2}$ D. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

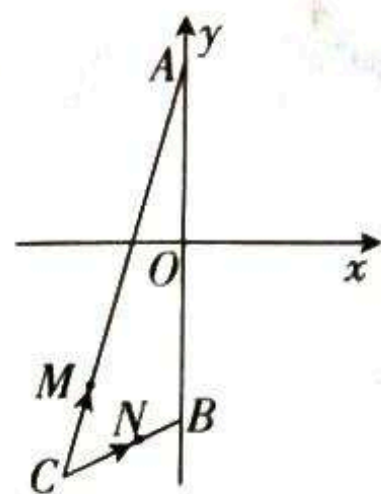
13. 已知直线 l_1 的倾斜角比直线 $l_2: y = -\sqrt{3}x + 4$ 的倾斜角小 20° , 则直线 l_1 的倾斜角为

_____▲_____.

14. 在空间直角坐标系中, 向量 a 满足 $|a| = 3$, 且与向量 $b = (1, 1, 1)$ 的夹角的余弦值为 $\frac{5\sqrt{3}}{9}$, 请

写出一个向量 a 的坐标: _____▲_____.

15. 如图, 已知点 $A(0, 4), B(0, -4)$, 从点 C 同时出发的两个质点 M, N 均以每秒 2 个单位长度的速度做匀速直线运动, M 从 C 运动到 A, N 从 C 运动到 B , 且 M 到达 A 的时间比 N 到达 B 的时间晚 3 秒, 则 C 的轨迹方程为 .



16. 已知圆 $C: (x-2)^2 + y^2 = 16$, 过点 $P(4, 2)$ 的直线 l 与圆 C 交于 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 两点, 则 $|x_1 + y_1 - 10| + |x_2 + y_2 - 10|$ 的最小值为 .

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

一条经过点 $A(0, 3)$ 且沿直线传播的光线被 x 轴反射后经过点 $B(2, 7)$, 求反射光线所在直线的一般式方程及入射点的坐标.

18. (12 分)

已知点 P 到 $F(0, 4)$ 的距离与它到 x 轴的距离的差为 4, P 的轨迹为曲线 C .

(1) 求 C 的方程;

(2) 若直线 l 与 C 交于 A, B 两点, 且弦 AB 中点的横坐标为 -4 , 求 l 的斜率.

19. (12 分)

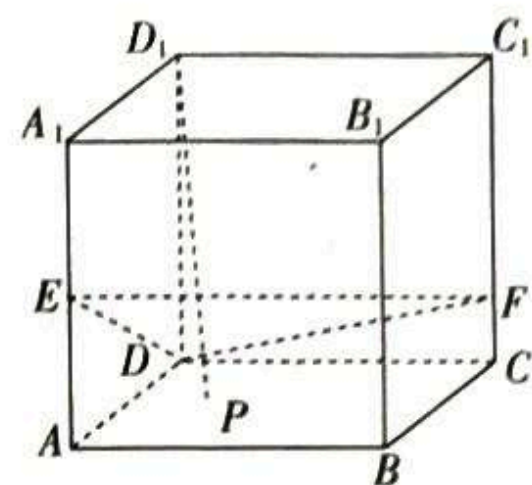
已知经过点 $(3, -3)$ 的圆 C 的圆心在 x 轴上, 且与 y 轴相切.

(1) 求圆 C 的方程;

(2) 若 $A(2, 1), B(4, 1)$, 点 M 在圆 C 上, 求 $|MA|^2 + |MB|^2$ 的取值范围.

20. (12分)

如图,在棱长为4的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E 是 AA_1 的中点,点 F 在棱 CC_1 上,且 $CF=1$.



(1)求平面 $ABCD$ 与平面 DEF 夹角的余弦值;

(2)若 P 为平面 $ABCD$ 内的一点,且 $D_1P \perp$ 平面 DEF ,求点 P 到平面 DEF 的距离.

21. (12分)

已知双曲线 $C: \frac{x^2}{5} - y^2 = 1$, A, B 是 C 上关于坐标原点 O 对称的两点.

(1)若直线 AB 的斜率为 $\frac{\sqrt{10}}{10}$,求 $|AB|$.

(2)试问在直线 $y=x-3$ 上是否存在点 P ,使得直线 AP 与直线 BP 的斜率之积为定值?若存在,求出该定值及 P 的坐标;若不存在,请说明理由.

22. (12分)

圆 $x^2 + y^2 = a^2 + b^2$ 称为椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的蒙日圆. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, C 的蒙日圆方程为 $x^2 + y^2 = 3$.

(1)求 C 的方程;

(2)若 F 为 C 的左焦点,过 C 上的一点 A 作 C 的切线 l_1 , l_1 与 C 的蒙日圆交于 P, Q 两点,过

F 作直线 l_2 与 C 交于 M, N 两点,且 $l_1 \parallel l_2$,证明: $|PQ|^2 + \frac{8\sqrt{2}}{|MN|}$ 是定值.