



# 高三数学

## 注意事项：

1. 答题前，考生务必把自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。
4. 本试卷主要考试内容：高考全部内容。

一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 复数  $(3-i)(2+3i)$  在复平面内对应的点所在的象限为
 

A. 第一象限	B. 第二象限
C. 第三象限	D. 第四象限
2. 集合  $A = \{x | y = \sqrt{1-x}\}$ ,  $B = \{x | x(x-3) < 0\}$ , 则  $A \cap B =$ 

A. $[-1, 0)$	B. $(0, 1]$	C. $[1, 3)$	D. $\emptyset$
--------------	-------------	-------------	----------------
3. 已知圆锥的母线长为 2，其侧面展开图为一个圆心角为  $\frac{\pi}{2}$  的扇形，则该圆锥的底面半径为
 

A. $\frac{1}{2}$	B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$	C. 1	D. $\sqrt{2}$
------------------	-------------------------	------	---------------
4. 函数  $f(x) = \frac{2x-1}{x^2}$  的图象在点  $(2, f(2))$  处的切线方程为
 

A. $x + 4y - 3 = 0$	B. $x - 4y + 1 = 0$
C. $x + 4y - 5 = 0$	D. $x - 4y - 5 = 0$
5. 国家射击运动员甲在某次训练中的 5 次射击成绩（单位：环）为 9.6,  $m$ , 10.8，其中  $m$  为整数。若这 5 次射击成绩的第 40 百分位数为 8，则  $m =$ 

A. 6	B. 7	C. 8	D. 9
------	------	------	------
6. 古希腊的毕达哥拉斯学派通过研究正五边形和正十边形的作图，发现了黄金分割率。黄金分割率的值也可以用  $2\sin 18^\circ$  表示，即  $\frac{\sqrt{5}-1}{2} = 2\sin 18^\circ$ 。设  $\theta$  为正五边形的一个内角，则  $\frac{\sin \theta}{\sin 36^\circ} =$ 

A. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$	B. $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$	C. $\frac{\sqrt{5}+1}{4}$	D. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$
---------------------------	---------------------------	---------------------------	---------------------------
7. 已知圆  $M: x^2 + y^2 + 4x - 6y + 12 = 0$ ,  $P$  为  $x$  轴上的动点，过点  $P$  作圆  $M$  的切线  $PA, PB$ ，切点为  $A, B$ ，则四边形  $PAMB$  面积的最小值为
 

A. 2	B. $2\sqrt{2}$	C. 4	D. $4\sqrt{2}$
------	----------------	------	----------------
8. 设  $a, b \in \mathbb{R}$ ，若  $4a^2 + b^2 + 2ab = 6$ ，则  $3a^2 + 2b^2$  的最小值为
 

A. 6	B. $3\sqrt{3}$	C. $2\sqrt{6}$	D. 4
------	----------------	----------------	------

二、选择题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9. 已知  $a$  是函数  $f(x) = e^x + 2x - 3$  的零点，则下列各数为正数的是

A.  $e^a - 1$

B.  $a^2 - a$

C.  $\ln a$

D.  $a^2 - a^3$

10. 已知  $\triangle ABC$  的两个顶点  $A, B$  的坐标分别为  $(-1, 0), (1, 0)$ ， $CA, CB$  所在直线的斜率之积是  $m$ ，下列说法正确的是

A. 若  $m=1$ ，则顶点  $C$  的轨迹是双曲线（除去与  $x$  轴的交点）

B. 若  $m=-1$ ，则顶点  $C$  的轨迹是圆（除去与  $x$  轴的交点）

C. 若  $m<0$ ，则顶点  $C$  的轨迹是椭圆（除去与  $x$  轴的交点）

D. 若  $m>0$ ，则顶点  $C$  的轨迹是双曲线（除去与  $x$  轴的交点）

11. 已知函数  $f(x) = \sin 2x + \cos 2x$ ，且  $|f(x)| \leq |f(\frac{7\pi}{12})|$  对  $x \in \mathbb{R}$  恒成立，则

A.  $a=\pm\sqrt{3}$

B.  $f(x)$  的图象关于点  $(-\frac{\pi}{6}, 0)$  对称

C. 若方程  $f(x)=\sqrt{3}$  在  $(0, m)$  上有 2 个实数解，则  $m \in (\pi, \frac{7\pi}{6}]$

D.  $f(x)$  的图象与直线  $24x-9\pi y-8\pi=0$  恰有 5 个交点

12. 在边长为 1 的正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中，动点  $M$  满足  $\overrightarrow{AM}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AD}+(1-x-y)\overrightarrow{AA_1}$  ( $x \geq 0, y \geq 0, x+y \leq 1$ )。下列说法正确的是

A. 凸四面体  $MB_1D_1C$  的体积为  $\frac{1}{6}$

B. 若  $AM=\frac{\sqrt{5}}{3}$ ，则  $M$  的轨迹长度为  $\frac{2\sqrt{2}\pi}{3}$

C. 异面直线  $BM$  与  $D_1C_1$  所成角的余弦值的最大值为  $\frac{\sqrt{6}}{3}$

D. 有且仅有三个点，使得  $A_1M \perp AM$

三、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。把答案填在答题卡中的横线上。

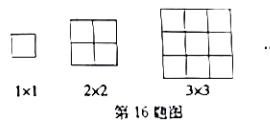
13.  $y=2x$  是双曲线  $C: \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (b>0)$  的一条渐近线，则双曲线  $C$  的右焦点  $F$  到直线  $y=2x$  的距离为  $\boxed{\text{▲}}$ 。

14. 奇函数  $f(x)$  满足  $f(4-x)=f(x)$ ， $f(1)=1$ ，则  $f(5)=\boxed{\text{▲}}$ 。

15. 如图，直径  $AB=10$  的半圆， $D$  为圆心，点  $C$  在半圆弧上， $\sin \angle ADC=0.8$ ， $P$  为  $AB$  的中点。 $AP$  与  $BC$  相交于点  $E$ ，则  $\cos \angle PEC=\boxed{\text{▲}}$ 。



第 15 题图



第 16 题图

16. 如图，将  $n^2$  个整数放入  $n \times n$  的宫格中，使得任意一行及任意一列的乘积为 2 或 -2，记将  $n^2$  个整数放入  $n \times n$  的宫格有  $a_n$  种放法，则  $a_2 = \boxed{\text{▲}}$ ， $\sum_{i=1}^{n^2} \frac{(i-1)a_i}{2^{i-1}} = \boxed{\text{▲}}$ 。

四、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10 分)

在  $\triangle ABC$  中，内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ 。已知  $a \cos B + b \cos A = abc, A + B = 2C$ 。

- (1) 求  $\triangle ABC$  的面积；
- (2) 求  $AB$  边上的高的最大值。

18. (12 分)

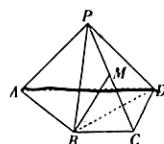
某单位招聘会设置了笔试、面试两个环节，先笔试后面试。笔试设有三门测试，三门测试相互独立，三门测试至少两门通过即通过笔试，通过笔试后进入面试环节，若不通过，则不予录用。面试只有一次机会，通过后即被录用。已知每一门测试通过的概率均为  $\frac{1}{2}$ ，面试通过的概率为  $\frac{2}{5}$ 。

- (1) 求甲通过了笔试的条件下，第三门测试没有通过的概率；
- (2) 已知有 100 人参加了招聘会， $X$  为被录取的人数，求  $X$  的期望。

19. (12 分)

如图，在四棱锥  $P-ABCD$  中， $\triangle PAD$  是以  $AD$  为斜边的等腰直角三角形， $BC \parallel AD, CD \perp AD$ 。平面  $PAD \perp$  平面  $ABCD$ ， $BC = CD = \frac{1}{2}AD = 2$ 。

- (1) 证明： $PC \perp BD$ 。
- (2)  $M$  为  $PC$  的中点，求直线  $BM$  与平面  $PCD$  所成角的正弦值。



20. (12 分)

已知数列  $\{a_n\}$  满足  $a_{n+1} + a_n = 2n$ .(1) 若  $\{a_n\}$  为等差数列, 求  $\{a_n\}$  的通项公式;(2) 记  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 不等式  $(-1)^n \lambda < S_{2n} - 8n + 9$  对  $n \in \mathbb{N}^*$  恒成立, 求实数  $\lambda$  的取值范围.

21. (12 分)

设  $F$  为抛物线  $M: y^2 = 2px (p > 0)$  的焦点,  $P$  是抛物线  $M$  的准线与  $x$  轴的交点,  $A$  是抛物线  $M$  上一点, 当  $AF \perp x$  轴时,  $|AP| = 2\sqrt{2}$ .(1) 求抛物线  $M$  的方程.(2)  $AF$  的延长线与  $M$  的交点为  $B$ ,  $PA$  的延长线与  $M$  的交点为  $C$ , 点  $A$  在  $P$  与  $C$  之间.(i) 证明:  $B, C$  两点关于  $x$  轴对称.(ii) 记  $\triangle FBC$  的面积为  $S_1$ ,  $\triangle PFC$  的面积为  $S_2$ , 求  $S_2 - 2S_1$  的最大值.

22. (12 分)

已知  $x_1, x_2, x_3$  是关于  $x$  的方程  $|x \ln x| = a$  的三个不同的根, 且  $x_1 < x_2 < x_3$ .(1) 求  $a$  的取值范围;(2) 证明:  $x_1 x_2 x_3 \leq e^{-\frac{3}{2}}$ .