湖北省部分重点中学2024届高三第二次联考

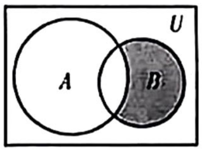
高三数学试卷

命题学校:武汉市第六中学　　命题教师:邬婕　　审题教师:程晓玲

考试时间:2024年1月17日下午14:00—16:00　　试卷满分:150分

一、单选题:本大题共8小题,每小题5分,共40分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1.已知全集 $U=R$,集合 $A=\{x|0\leqslant x\leqslant 2\}$,$B=\{-1,1,2,4\}$,那么阴影部分表示的集合为(　　)



A. $\{-1,4\}$　　B. $\{1,2,4\}$

C. $\{1,4\}$　　D. $\{-1,2,4\}$

2.已知复数 z 满足 $\dfrac{z}{2-3i}=\dfrac{2+3i}{z}$,则 $|z|=$(　　)

A. 3　　B. $\sqrt{13}$　　C. 7　　D. 13

3.陀螺是中国民间较早的娱乐工具之一,它可以近似地视为由一个圆锥和一个圆柱组合而成的几何体,如图1是一种木陀螺,其直观图如图2所示,A,B 分别为圆柱上、下底面圆的圆心,P 为圆锥的顶点,若圆锥的底面圆周长为 $4\sqrt{2}\pi$,高为 $2\sqrt{2}$,圆柱的母线长为4,则该几何体的体积是(　　)


图1

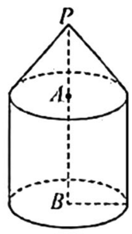


图2

A. $\dfrac{128}{3}\pi$　　B. 32π

C. $\dfrac{96+16\sqrt{2}}{3}\pi$　　D. $(32+16\sqrt{2})\pi$

4.在平面直角坐标系中,$A(1,1)$,$B(2,3)$,则向量 $\overrightarrow{OA}$ 在向量 $\overrightarrow{OB}$ 上的投影向量为(　　)

A. $\left(\dfrac{10\sqrt{13}}{13},\dfrac{15\sqrt{13}}{13}\right)$　　B. $\left(\dfrac{10}{13},\dfrac{15}{13}\right)$　　C. $\left(\dfrac{5\sqrt{2}}{2},\dfrac{5\sqrt{2}}{2}\right)$　　D. $\left(\dfrac{5}{2},\dfrac{5}{2}\right)$

5.若 $\sin\left(\dfrac{5\pi}{12}+\alpha\right)=\dfrac{5}{13}$,则 $\cos\left(2\alpha-\dfrac{\pi}{6}\right)=$(　　)

A. $-\dfrac{119}{169}$　　B. $-\dfrac{50}{169}$　　C. $\dfrac{119}{169}$　　D. $\dfrac{50}{169}$

6.设 A,B 为任意两个事件,且 $A\subseteq B$,$P(B)>0$,则下列选项必成立的是(　　)

A. $P(A)>P(A|B)$　　B. $P(A)\geqslant P(A|B)$　　C. $P(A)<P(A|B)$　　D. $P(A)\leqslant P(A|B)$

7.已知 $e^x+\sin x\geqslant ax+1$ 对任意 $x\in[0,+\infty)$ 恒成立,则实数 a 的取值范围为(　　)

A. $(-\infty,2]$　　B. $[2,+\infty)$　　C. $(-\infty,1]$　　D. $[1,+\infty)$

8.斜率为$\frac{1}{3}$的直线l经过双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左焦点$F_1$,交双曲线两条渐近线于$A$,$B$两点,$F_2$为双曲线的右焦点且$|AF_2|=|BF_2|$,则双曲线的离心率为(　　)

A. $\sqrt{5}$　　B. $\frac{\sqrt{5}}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{10}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{15}}{3}$

二、多选题:本大题共4小题,每小题5分,共20分。在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求,全部选对的得5分,有选错的得0分,部分选对的得2分。

9.下列结论正确的是(　　)

A. 一组数据7,8,8,9,11,13,15,17,20,22的第80百分位数为17

B. 若随机变量ξ,η满足$\eta=3\xi-2$,则$D(\eta)=3D(\xi)-2$

C. 若随机变量$\xi\sim N(4,\sigma^2)$,且$P(\xi<6)=0.8$,则$P(2<\xi<6)=0.6$

D. 根据分类变量X与Y的成对样本数据,计算得到$\chi^2=4.712$.依据$\alpha=0.05$的独立性检验($x_{0.05}=3.841$),可判断X与Y有关

10.下列命题正确的是(　　)

A. 若$\{a_n\}$、$\{b_n\}$均为等比数列且公比相等,则$\{a_n+b_n\}$也是等比数列

B. 若$\{a_n\}$为等比数列,其前n项和为S_n,则S_3,S_6-S_3,S_9-S_6成等比数列

C. 若$\{a_n\}$为等比数列,其前n项和为S_n,则$S_n,S_{2n}-S_n,S_{3n}-S_{2n}$成等比数列

D. 若数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,则“$a_n>0(n\in\mathbf{N}^*)$”是“$\{S_n\}$为递增数列”的充分不必要条件

11.已知$2^a=3^b=6$,则下列关系中正确的是(　　)

A. $a+b>4$　　B. $ab>2$　　C. $a^2+b^2<8$　　D. $(a-1)^2+(b-1)^2>2$

12.已知四棱锥$P-ABCD$,底面$ABCD$是正方形,$PA\perp$平面$ABCD$,$AD=1$,PC与底面$ABCD$所成角的正切值为$\frac{\sqrt{2}}{2}$,点M为平面$ABCD$内一点,且$AM=\lambda AD(0<\lambda<1)$,点$N$为平面$PAB$内一点,$NC=\sqrt{5}$,下列说法正确的是(　　)

A. 存在λ使得直线PB与AM所成角为$\frac{\pi}{6}$

B. 不存在λ使得平面$PAB\perp$平面PBM

C. 若$\lambda=\frac{\sqrt{2}}{2}$,则以$P$为球心,$PM$为半径的球面与四棱锥$P-ABCD$各面的交线长为$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}\pi$

D. 三棱锥$N-ACD$外接球体积最小值为$\frac{5\sqrt{5}}{6}\pi$

三、填空题:本大题共4小题,每小题5分,共20分。

13. $(x^2-\frac{1}{x})^6$的展开式中x^3的系数为________.

14.与直线$y=\frac{\sqrt{3}}{3}x$和直线$y=\sqrt{3}x$都相切且圆心在第一象限,圆心到原点的距离为$\sqrt{2}$的圆的方程为________.

15.已知函数 $f(x)=\log_2(4^x+2^{x+1}+1)-x$，若 $f(2a-1)<f(a+3)$，则实数 a 的取值范围为________.

16.欧拉函数 $\varphi(n)(n\in\mathbf{N}^*)$ 的函数值等于所有不超过正整数 n，且与 n 互质的正整数的个数(公约数只有 1 的两个正整数称为互质整数)，例如：$\varphi(3)=2$，$\varphi(4)=2$，则 $\varphi(8)=$________；若 $b_n=\dfrac{n^2}{\varphi(2^n)}$，则$b_n$的最大值为________.

四、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.(本题满分 10 分)

在△ABC 中，角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，若 $b(\tan A+\tan B)=2c\tan B$，$BC$ 边的中线长为 2.

(1)求角 A；

(2)求边 a 的最小值.

18.(本题满分 12 分)

已知等比数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，且$a_{n+1}=3S_n+2(n\in\mathbf{N}^*)$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式；

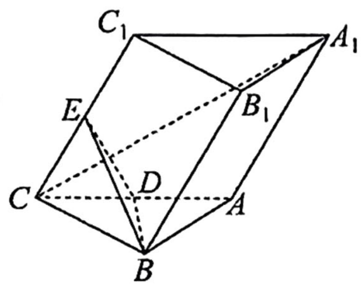
(2)在 a_n 与 a_{n+1}之间插入 n 个数，使这 $n+2$ 个数组成一个公差为 d_n 的等差数列，在数列$\{d_n\}$中是否存在 3 项 d_m，d_k，d_p(其中 m，k，p 成等差数列)成等比数列？若存在，求出这样的 3 项；若不存在，请说明理由.

19.(本题满分 12 分)

如图，在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，底面是边长为 6 的等边三角形，$CC_1=6$，$\angle ACC_1=60°$，D，E 分别是线段 AC，CC_1 的中点，平面 $ABC\perp$平面C_1CAA_1.

(1)求证：$A_1C\perp$平面 BDE；

(2)若点 P 为线段B_1C_1上的中点，求平面 PBD 与平面 BDE 的夹角的余弦值.



20.(本题满分 12 分)

已知椭圆 $\Gamma:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左焦点为$F_1(-1,0)$,且过点 $A(1,\frac{8}{3})$.

(1)求椭圆 Γ 的标准方程;

(2)过F_1作一条斜率不为 0 的直线 PQ 交椭圆 Γ 于 P、Q 两点,D 为椭圆的左顶点,若直线 DP、DQ 与直线 $l:x+4=0$ 分别交于 M、N 两点,l 与 x 轴的交点为 R,则$|MR|\cdot|NR|$是否为定值?若为定值,请求出该定值;若不为定值,请说明理由.

21.(本题满分 12 分)

甲口袋中装有 2 个黑球和 1 个白球,乙口袋中装有 1 个黑球和 2 个白球.现从甲、乙两口袋中各任取一个球交换放入另一口袋,称为 1 次球交换的操作,重复 n 次这样的操作,记甲口袋中黑球个数为 X_n.

(1)求X_2的概率分布列并求 $E(X_2)$;

(2)求证:$\{E(X_n)-\frac{3}{2}\}$ $(n\geqslant2$ 且 $n\in\mathbf{N}^*)$为等比数列,并求出 $E(X_n)$ $(n\geqslant2$ 且 $n\in\mathbf{N}^*)$.

22.(本题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=\frac{e(\ln x+1)}{x}+(1-a)\ln x$,$h(x)=\frac{ex}{e^x}$.

(1)当 $x>1$ 时,求证:$h(x)>-\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$;

(2)函数 $f(x)$有两个极值点x_1,x_2,其中$x_1<x_2$,求证:$\frac{x_2}{x_1}>e^{3a}$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

微信搜一搜

自主选拔在线