

邕衡金卷·南宁市第三中学(五象校区)

2024 届高三第一次适应性考试

数学

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 若集合 $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 - 2x - 8 \leq 0\}$, $B = \{x \mid \log_2 x > 1\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- A. $\{2, 4\}$ B. $\{1, 4\}$ C. $\{3, 4\}$ D. $\{2, 3, 4\}$

2. 若 $(1+2i)z = 4+3i$, 则 $\bar{z} =$ ()

- A. $2-i$ B. $2+i$ C. $-2+i$ D. $-2-i$

3. 2023 年 10 月 12 日, 环广西公路自行车世界巡回赛于北海市开赛, 本次比赛分别在广西北海、钦州、南宁、柳州、桂林 5 个城市举行, 线路总长度达 958.8 公里, 共有全球 18 支职业车队的百余名车手参加。主办方决定选派甲、乙、丙、丁、戊 5 名志愿者到 A、B 两个路口进行支援, 每个志愿者去一个路口, 每个路口至少有一位志愿者, 则不同的安排方案总数为 ()

- A. 15 B. 30 C. 25 D. 16

4. 已知函数 $f(x) = \log_a(3-x) + \log_a(x+1)$ ($0 < a < 1$), 若 $f(x)$ 的最小值为 -2, 则 $a =$ ()

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

5. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$), F_1, F_2 分别为椭圆的左右焦点, 直线 $y = \sqrt{3}x$ 与椭圆交于 A、B 两点, 若 F_1, A, F_2, B 四点共圆, 则椭圆的离心率为 ()

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\sqrt{3}$ C. $\sqrt{3}-1$ D. $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

6. 已知直线 $l: x+y+m=0$ 和圆 $C: x^2+y^2+4y=0$ 相交于 M、N 两点, 当 $\triangle CMN$ 的面积最大时, $m =$ ()

- A. $m=0$ 或 $m=2$ B. $m=-4$ 或 $m=4$
C. $m=0$ 或 $m=4$ D. $m=0$ 或 $m=-4$

7. 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1$. 若命题 $p: a_{n+1} + a_n = 2^{n+1} + 2^n$, 命题 $q: \{a_n - 2^n\}$ 是等比数列, 则 p 是 q 的 () 条件.

- A. 充分不必要 B. 必要不充分
C. 充分必要 D. 既不充分也不必要

8. 设 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$, 若 $(\sin \theta + \cos \theta)^2 + \sqrt{3} \cos 2\theta = 3$, 则 $\tan \theta =$ ()

- A. $2\sqrt{2} - \sqrt{7}$ B. $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ C. $2 - \sqrt{3}$ D. $3 - 2\sqrt{2}$

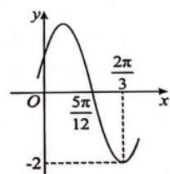
二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9. 已知一组样本数据 $x_i = 2i (1 \leq i \leq 10, i \in N_+)$, 由这组数据得到另一组新的样本数据 y_1, y_2, \dots, y_{10} , 其中

$y_i = x_i - 20$, 则 ()

- A. 两组样本数据的平均数相同
B. 两组样本数据的方差相同
C. 样本数据 y_1, y_2, \dots, y_{10} 的第 30 百分位数为 -13
D. 将两组数据合成一个样本容量为 20 的新的样本数据, 该样本数据的平均数为 10

10. 已知函数 $f(x) = A \cos(\omega x + \phi) (A > 0, \omega > 0, |\phi| < \frac{\pi}{2})$ 的部分图象如图所示, 则下列说法正确的是 ()



A. 函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{6}$ 对称

B. 函数 $f(x)$ 的图象关于点 $(\frac{3\pi}{2}, 0)$ 对称

C. 函数 $f(x)$ 在 $[\frac{\pi}{12}, \frac{13\pi}{24}]$ 的值域为 $[-\sqrt{2}, 2]$

D. 将函数 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位, 所得函数为 $g(x) = 2 \sin 2x$

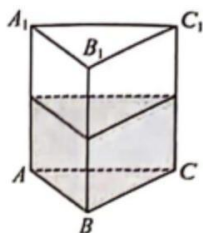
11. 已知定义域为 \mathbf{R} 的函数 $f(x)$ 对任意实数 x, y 都有 $f(x+y) + f(x-y) = 2f(x)f(y)$, 且 $f(\frac{1}{2}) = 0$,

$f(0) \neq 0$, 则以下结论一定正确的有 ()

- A. $f(0) = 1$ B. $f(x)$ 是奇函数

- C. $f(x)$ 关于 $(\frac{1}{2}, 0)$ 中心对称 D. $f(1) + f(2) + \dots + f(2023) = 0$

12. 如图, 透明塑料制成的直三棱柱容器 $ABC - A_1B_1C_1$ 内灌进一些水, $\angle ABC = \frac{\pi}{2}$, $AC = AA_1 = 4$, 若水的体积恰好是该容器体积的一半, 容器厚度忽略不计, 则 ()



- A. 当底面 AA_1C_1C 水平放置后, 固定容器底面一边 CC_1 于水平地面上, 将容器绕着 CC_1 转动, 则没有水的部分一定是棱柱
- B. 转动容器, 当平面 AA_1C_1C 水平放置时, 容器内水面形成的截面与各棱的交点都是所在棱的中点
- C. 在翻滚、转动容器的过程中, 有水的部分可能是三棱锥
- D. 容器中水的体积与直三棱柱外接球体积之比至多为 $\frac{3\sqrt{2}}{8\pi}$

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知函数 $f(x) = a \cdot e^{-x} - e^x$ 是奇函数, 则 $a =$ _____.
14. 已知向量 \vec{a}, \vec{b} 满足 $|\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = 2, \vec{a} - \vec{b} = (\sqrt{2}, \sqrt{3})$, 则 $|\vec{a} + 2\vec{b}| =$ _____.
15. 已知圆台轴截面的面积为 6, 轴截面有一个角为 120° , 则该圆台的侧面积为 _____.
16. 已知直线与抛物线 $x^2 = 2py (p > 0)$ 交于 A, B 两点, 抛物线的焦点为 F , 且 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 20, OD \perp AB$ 于点 D , 点 D 的坐标为 $(-2, 1)$, 则 $|AF| + |BF| =$ _____.

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 10 分) 在 $\triangle ABC$ 中, $a = 3, b - c = 2, \cos B = -\frac{1}{2}$.

- (1) 求 b, c 的值;
- (2) 求 $\sin(B + C)$ 的值.

18. (本小题满分 12 分) 第三次人工智能浪潮滚滚而来, 以 ChatGPT 发布为里程碑, 开辟了人机自然交流的新纪元. ChatGPT 所用到的数学知识并非都是遥不可及的高深理论, 概率就被广泛应用于 ChatGPT 中. 某学

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

