

## 2024 年高考数学第一次模拟考试（七省新高考 02）

### 高三数学

（考试时间：120 分钟 试卷满分：150 分）

#### 注意事项：

1. 本试卷分第I卷（选择题）和第II卷（非选择题）两部分。答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答第I卷时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。写在本试卷上无效。
3. 回答第II卷时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
4. 测试范围：**高考全部内容**
5. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

#### 第I卷（选择题）

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合要求的。

1. 已知集合  $A = \{x | 3 - 2x > 0\}$ ， $B = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$ ，则  $A \cap B =$  ( )  
A.  $\{-1, 0, 1, 2\}$     B.  $\{-1, 0, 1\}$     C.  $\{1, 2, 3\}$     D.  $\{2, 3\}$
2. 已知  $z = 1 + i$ ，则  $\frac{\bar{z}}{1+z} =$  ( )  
A.  $\frac{1}{5} - \frac{3}{5}i$     B.  $\frac{1}{5} + \frac{3}{5}i$     C.  $\frac{3}{5} - \frac{1}{5}i$     D.  $\frac{3}{5} + \frac{1}{5}i$
3. 过抛物线  $x = \frac{1}{4}y^2$  的焦点的直线的倾斜角为  $\frac{\pi}{3}$ ，则抛物线顶点到该直线的距离为 ( )  
A.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$     B.  $\sqrt{3}$     C.  $\frac{1}{2}$     D. 1
4. 某校有 1000 人参加某次模拟考试，其中数学考试成绩近似服从正态分布  $N(105, \sigma^2)$  ( $\sigma > 0$ )，试卷满分 150 分，统计结果显示数学成绩优秀（高于 120 分）的人数占总人数的  $\frac{1}{5}$ ，则此次数学考试成绩在 90 分到 105 分之间的人数约为 ( )  
A. 150    B. 200  
C. 300    D. 400
5. 光岳楼，又称“余木楼”“鼓楼”“东昌楼”，位于山东省聊城市，在《中国名楼》站台票纪念册中，光岳楼与鹳雀楼、黄鹤楼、岳阳楼、太白楼、滕王阁、蓬莱阁、镇海楼、甲秀楼、大观楼共同组成

中国十大名楼.其墩台为砖石砌成的正四棱台,如图所示,光岳楼的墩台上底面正方形的边长约为32m,下底面正方形的边长约为34.5m,高的4倍比上底面的边长长4m,则光岳楼墩台的体积约为( )



- A.  $9872.75\text{m}^3$       B.  $9954.75\text{m}^3$       C.  $9988.45\text{m}^3$       D.  $9998.25\text{m}^3$

6.《红海行动》是一部现代海军题材影片,该片讲述了中国海军“蛟龙突击队”奉命执行撤侨任务的故事.撤侨过程中,海军舰长要求队员们依次完成六项任务,并对任务的顺序提出了如下要求:重点任务B必须排在前三位,且任务A、D必须排在一起,则这六项任务的不同安排方案共有( )

- A. 240种      B. 188种      C. 156种      D. 120种

7. 已知  $a = 3\log_8 3, b = \log_3 4, c = 3^{1-\log_3 2}$ , 则  $a, b, c$  的大小关系为( )

- A.  $a > b > c$       B.  $c > a > b$   
C.  $a > c > b$       D.  $c > b > a$

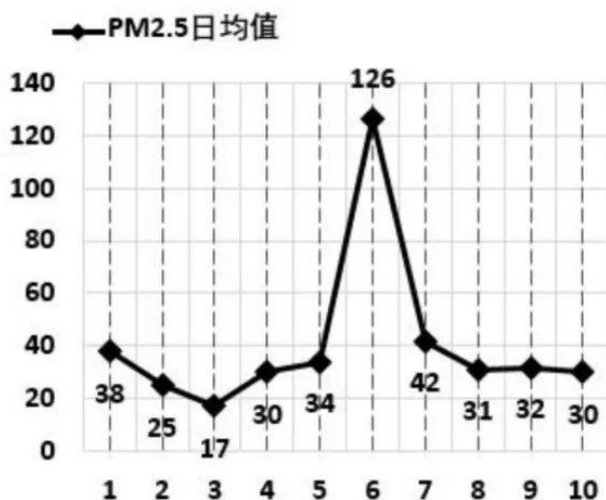
8. 已知  $f(x)$  的定义域为  $\mathbf{R}$ , 且  $f(x+1)$  是奇函数, 当  $x > 1$  时,  $f(x) = \begin{cases} 2-x, & 1 < x \leq 2 \\ x^2 - 4x + 4, & x > 2 \end{cases}$ , 函数

$g(x) = k(x-1), k > 0$ , 则方程  $f(x) = g(x)$  的所有的根之和为( )

- A. 3      B. 4      C. 5      D. 6

二、多项选择题: 本题共4小题, 每小题5分, 共20分, 在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目的要求, 全部选对的得5分, 部分选对的得2分, 有选错的得0分。

9.  $PM_{2.5}$  是衡量空气质量的重要指标, 下图是某地7月1日到10日的  $PM_{2.5}$  日均值(单位:  $\mu\text{g}/\text{m}^3$ ) 的折线图, 则下列关于这10天中  $PM_{2.5}$  日均值的说法正确的是



- A. 众数为 30
- B. 中位数是 31
- C. 平均数小于中位数
- D. 后 4 天的方差小于前 4 天的方差

10. 已知圆  $C: x^2 + y^2 + 2mx - 2(m+1)y + 2m^2 + 2m - 3 = 0 (m \in R)$  上存在两个点到点  $A(0, -1)$  的距离为 4, 则  $m$  的可能的值为

- A. 1
- B. -1
- C. -3
- D. -5

11. 已知  $S_n$  是数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和,  $a_1 = 8$ , 则下列递推关系中能使  $S_n$  存在最大值的有 ( )

- A.  $a_{n+1} = -2a_n$
- B.  $a_{n+1} = a_n - 2$
- C.  $a_{n+1} = a_n - n$
- D.  $a_{n+1} = \frac{1}{1-a_n}$

12. 正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中,  $M$  是正方形  $ABCD$  的中心,  $P$  为线段  $B_1C$  上一动点, 下列结论中正确的是 ( )

- A.  $B_1M \perp AC$ ;
- B. 直线  $B_1M$  与直线  $AD$  所成角的余弦值为  $\frac{\sqrt{6}}{6}$ ;
- C. 不存在点  $P$  使得  $DP \parallel$  平面  $AB_1D_1$ ;
- D. 三棱锥  $A_1-ADP$  的体积为定值.

## 第II卷 (非选择题)

三、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分

13. 若  $|\vec{a}|=2$ ,  $|\vec{b}|=1$ , 且  $|\vec{a}+\vec{b}|=3$ , 则  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  的夹角为\_\_\_\_\_;

14. 双曲线  $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$  ( $a>0, b>0$ ) 的一条渐近线与直线  $2x-y+1=0$  平行, 则它的离心率为\_\_\_\_\_.

15. 记函数  $f(x)=\cos(\omega x+\varphi)$  ( $\omega>0, 0<\varphi<\pi$ ) 的最小正周期为  $T$ , 若  $f(T)=\frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  $x=\frac{\pi}{9}$  为  $f(x)$  的零点, 则  $\omega$  的最小值为\_\_\_\_\_.

16. 若曲线  $y=\ln x$  在点  $P(x_1, y_1)$  处的切线与曲线  $y=e^x$  相切于点  $Q(x_2, y_2)$ , 则

$$\frac{2}{x_1-1}+x_2=_____.$$

四、解答题：本小题共 6 小题，共 70 分，其中第 17 题 10 分，18~22 题 12 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. 在  $\triangle ABC$  中, 内角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ , 已知  $4\cos^2\frac{A-B}{2}-2=4\sin A\sin B-\sqrt{3}$ .

(1)求角  $C$  的大小;

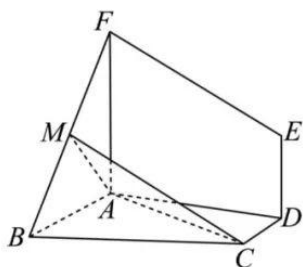
(2)若  $S_{\triangle ABC}=\frac{2+\sqrt{3}}{4}$ , 求  $c$  的最小值.

18. 已知等比数列  $\{a_n\}$ , 等差数列  $\{b_n\}$  的公差  $d>0$ , 且  $b_1=1, a_2=b_2, a_3=b_3, a_4=b_{14}$ .

(1)求数列  $\{a_n\}$  与  $\{b_n\}$  的通项公式;

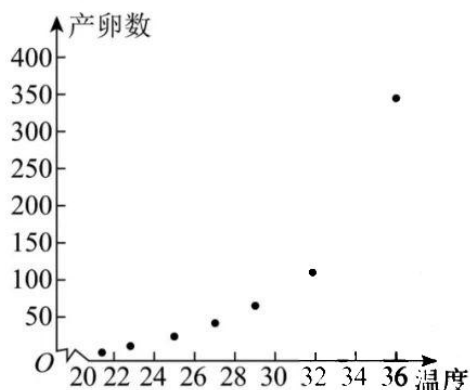
(2)设数列  $\{c_n\}$  对任意  $n\in\mathbb{N}^*$ , 均有  $\frac{c_1}{a_1}+\frac{c_2}{a_2}+\frac{c_3}{a_3}+\dots+\frac{c_n}{a_n}=b_n$  成立, 求  $\{c_n\}$  的通项公式.

19. 如图, 已知四边形  $ABCD$  与  $EFAD$  均为直角梯形, 平面  $ABCD\perp$  平面  $EFAD$ ,  $AB\perp BC, AF\perp AD$ ,  $M$  为  $BF$  的中点,  $AF=AB=BC=2CD=2DE=2$ .



- (1)证明:  $C, E, F, M$  四点共面;  
(2)求平面  $AMC$  与平面  $ADE$  夹角的余弦值.

20. 红蜘蛛是柚子的主要害虫之一, 能对柚子树造成严重伤害, 每只红蜘蛛的平均产卵数  $y$  (个) 和平均温度  $x$  ( $^{\circ}\text{C}$ ) 有关, 现收集了以往某地的 7 组数据, 得到下面的散点图及一些统计量的值.



- (1)根据散点图判断,  $y = bx + a$  与  $y = ce^{ax}$  (其中  $e = 2.718 \dots$  为自然对数的底数) 哪一个更适合作为平均产卵数  $y$  (个) 关于平均温度  $x$  ( $^{\circ}\text{C}$ ) 的回归方程类型? (给出判断即可, 不必说明理由)  
(2)由 (1) 的判断结果及表中数据, 求出  $y$  关于  $x$  的回归方程. (计算结果精确到 0.1)

附: 回归方程中  $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ ,  $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2}$ ,  $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$

参考数据 ( $z = \ln y$ )					
$\sum_{i=1}^7 x_i^2$	$\sum_{i=1}^7 x_i y_i$	$\sum_{i=1}^7 x_i z_i$	$\bar{x}$	$\bar{y}$	$\bar{z}$
5215	17713	714	27	81.3	3.6

- (3)根据以往每年平均气温以及对果园年产值的统计, 得到以下数据: 平均气温在  $22^{\circ}\text{C}$  以下的年数占



60%，对柚子产量影响不大，不需要采取防虫措施；平均气温在 22°C 至 28°C 的年数占 30%，柚子产量会下降 20%；平均气温在 28°C 以上的年数占 10%，柚子产量会下降 50%。为了更好的防治红蜘蛛虫害，农科所研发出各种防害措施供果农选择。

在每年价格不变，无虫害的情况下，某果园年产值为 200 万元，根据以上数据，以得到最高收益（收益 = 产值 - 防害费用）为目标，请为果农从以下几个方案中推荐最佳防害方案，并说明理由。

方案 1：选择防害措施 A，可以防止各种气温的红蜘蛛虫害不减产，费用是 18 万；

方案 2：选择防害措施 B，可以防治 22°C 至 28°C 的蜘蛛虫害，但无法防治 28°C 以上的红蜘蛛虫害，费用是 10 万；

方案 3：不采取防虫害措施。

21. 已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{3} = 1 (a > \sqrt{3})$  的左、右顶点分别为  $A_1, A_2$ ，点  $P$  为椭圆  $C$  上异于  $A_1, A_2$  的一点，且直线  $PA_1, PA_2$  的斜率之积为  $-\frac{3}{4}$ 。

(1) 求椭圆  $C$  的标准方程；

(2) 直线  $l$  过右焦点  $F_2$  与椭圆  $C$  交于  $M, N$  两点 ( $M, N$  与  $A_1$  不重合)， $l$  不与  $x$  轴垂直，若

$$k_{A_1M} + k_{A_1N} = -k_{MN}, \text{ 求 } |MN|.$$

22. 已知函数  $f(x) = (x-1)e^{x+1} - \frac{1}{2}mx^2 (m \in \mathbf{R})$ 。

(1) 若  $m = 1$ ，求  $g(x) = f(x) + e^{x+1}$  在  $[-1, 1]$  上的最大值和最小值；

(2) 讨论函数  $f(x)$  的零点个数

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线

