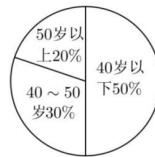
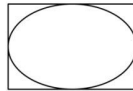


树德中学高 2021 级高三上学期期末测试数学（文科）试题

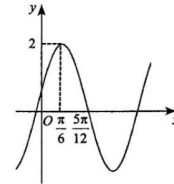
（考试时间：120 分钟 试卷满分：150 分）

一、选择题：本大题共 12 个小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

- 已知集合  $A = \{x | x^2 - x - 2 < 0\}$ ,  $B = \{x | y = \log_2(x-1)\}$ , 则  $A \cup B =$  ( )  
A. (-1,1)      B. (-1,3)      C. (-1,+∞)      D. (1,+∞)
- 在复平面内，复数  $z_1, z_2$  对应的点分别是  $(2,-1), (1,-3)$ , 则  $\frac{\bar{z}_2}{z_1}$  的模是 ( )  
A. 5      B.  $\sqrt{5}$       C. 2      D.  $\sqrt{2}$
- 已知圆锥的母线长为  $2\sqrt{2}$ , 其侧面展开图为一个半圆，则该圆锥的底面半径为 ( )  
A.  $\sqrt{2}$       B.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       C.  $\sqrt{3}$       D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- 下列叙述错误的是 ( )  
A. 命题 “ $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 - 1 \leq -1$ ” 的否定是 “ $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 - 1 > -1$ ”  
B. 若幂函数  $y = (m^2 - 2m - 2)x^{2-4m}$  在  $(0, +\infty)$  上单调递增，则实数  $m$  的值为 -1  
C.  $\forall x \in (0, +\infty), 2^x > \log_2 x$   
D. 设  $a \in \mathbf{R}$ , 则 “ $a^2 > 3$ ” 是 “ $a > \sqrt{3}$ ” 的充分不必要条件
- 平面直角坐标系内，与点  $A(1,1)$  的距离为 1 且与圆  $(x-1)^2 + (y-4)^2 = 4$  相切的直线有 ( )  
A. 0 条      B. 4 条      C. 2 条      D. 3 条
- 如图，矩形的长为 6，宽为 4，在矩形内随机撒 300 颗黄豆，落在椭圆外的绿豆数为 96，以此试验数据为依据可以估计出椭圆的面积为 ( )  
A. 16.32      B. 15.32      C. 8.68      D. 7.68
- 双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > 0, b > 0$ ) 的一条渐近线过点  $P(2, 4\sqrt{6})$ ,  $F_1, F_2$  是  $C$  的左右焦点，且焦点到渐近线的距离为  $2\sqrt{6}$ , 若双曲线上一点  $P$  满足  $|PF_1| = 5$ , 则  $|PF_2| =$  ( )  
A. 3 或 7      B. 7      C. 5      D. 3
- 某中学 200 名教师年龄分布图如图所示，从中随机抽取 40 名教师作样本，采用系统抽样方法，按年龄从小到大编号为 1~200，分为 40 组，分别为 1~5, 6~10, ..., 196~200. 若从第 4 组抽取的号码为 18，则样本中 40~50 岁教师的编号之和为 ( )  
A. 906      B. 966      C. 1506      D. 1566

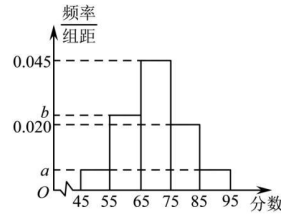


- 已知函数  $f(x) = \begin{cases} (a-2)x-1, & x \leq 1 \\ \log_a x, & x > 1 \end{cases}$ , 满足对任意  $x_1 \neq x_2$ , 都有  $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > 0$  成立，则实数  $a$  的取值范围为 ( )  
A. (1,2)      B. (2,3)      C. (2,3]      D. (2,+∞)
  - 已知函数  $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$  ( $x \in \mathbf{R}, A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$ ) 的部分图象如图所示，则下列说法正确的是 ( )  
A.  $f(x)$  在区间  $[0, \frac{\pi}{2}]$  上的最小值为  $-\sqrt{3}$   
B.  $f(x + \frac{\pi}{6})$  为偶函数  
C.  $f(x)$  图象的对称中心是  $(-\frac{\pi}{12} + k\pi, 0)$ ,  $k \in \mathbf{Z}$   
D.  $f(x)$  的图象向右平移  $\frac{\pi}{6}$  个单位长度后得到  $y = A \sin 2x$  的图象
  - 如图，已知正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  的棱长为 2,  $P$  为  $BC$  的中点，过点  $C$  作与直线  $D_1P$  垂直的平面  $\alpha$ , 则平面  $\alpha$  截正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  的截面的周长为 ( )  
A.  $3\sqrt{2}$       B.  $6\sqrt{2}$       C.  $2\sqrt{2} + \sqrt{5}$       D.  $\sqrt{2} + 2\sqrt{5}$
  - 已知函数  $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 1 \\ |\ln(x-1)|, & x > 1 \end{cases}$ , 若方程  $f(x) = m|x-1|$  有 5 个不同的实数根，且最小的两个实数根为  $x_1, x_2$ , 则  $x_1^2 + x_2^2$  的取值范围是 ( )  
A.  $(0, \frac{2e-1}{e^2})$       B.  $(0, \frac{2e+1}{e^2})$       C.  $(\frac{1}{e}, \frac{2e+1}{e^2})$       D.  $(\frac{2e-1}{e^2}, \frac{2}{e})$
- 二、填空题（每题 5 分，满分 20 分，将答案填在答题纸上）
- 已知  $\vec{a} = (-1, 2)$ ,  $\vec{b} = (2, 3)$ , 则  $\vec{a}$  在  $\vec{b}$  方向上的投影等于\_\_\_\_\_.
  - 已知  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x+2y-1 \leq 0 \\ 2x+y+1 \geq 0 \\ x-2y+3 \geq 0 \end{cases}$ , 则  $\frac{y+3}{x+2}$  的最大值为\_\_\_\_\_.
  - 已知抛物线  $C: y^2 = 4x$  的焦点为  $F$ , 过  $F$  的直线与抛物线  $C$  交于  $A, B$  两点 (点  $A$  在第一象限), 若点  $D$  为抛物线  $C$  的准线上一点, 且  $|AF| = |AD| = 3$ , 则直线  $BD$  的斜率为\_\_\_\_\_.
  - 已知  $\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $AC = 3$ ,  $BC = 4$ , 一直线分  $\triangle ABC$  为面积相等的两个部分, 且夹在  $AB, BC$  之间的线段为  $MN$ , 则  $MN$  长度的最小值为\_\_\_\_\_.



三、解答题 (本大题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

17. (本小题满分 12 分) 2020 年 1 月 15 日教育部制定出台了“强基计划”, 2020 年起不再组织开展高校自主招生工作, 改为实行强基计划, 强基计划主要选拔培养有志于服务国家重大战略需求且综合素质优秀或基础学科拔尖的学生, 据悉强基计划的校考由试点高校自主命题, 校考过程中通过笔试, 进入面试环节. 现随机抽取了 100 名同学的面试成绩, 并分成五组: 第一组[45,55), 第二组[55,65), 第三组[65,75), 第四组[75,85), 第五组[85,95], 绘制成如图所示的频率分布直方图. 已知第三、四、五组的频率之和为 0.7, 第一组和第五组的频率相同.



- (1) 求  $a, b$  的值;
- (2) 估计这 100 名同学面试成绩的中位数 (数精确到 0.1);
- (3) 在第四、第五两组中, 采用分层抽样的方法从中抽取 5 人, 然后再从这 5 人中选出 2 人, 求选出的两人来自不同组的概率.

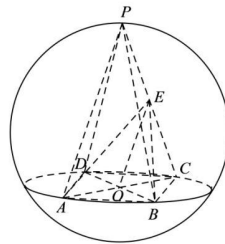
18. (本题满分 12 分) 已知数列  $\{b_n\}$  满足  $b_1 = 2, (n+2)b_n = nb_{n+1}$ , 其中  $n \in \mathbb{N}^*$ .

- (1) 求数列  $\{b_n\}$  的通项公式;
- (2) 若  $c_n = \frac{4 \cdot 3^{n-1}}{n+1}$ , 求数列  $\{b_n c_n\}$  的前  $n$  项和  $T_n$ .

19. (本小题满分 12 分) 已知球内接正四棱锥  $P-ABCD$  的高为 3,  $AC, BD$  相交于  $O$ , 球的表面积为  $\frac{169\pi}{9}$ ,

若  $E$  为  $PC$  中点.

- (1) 求异面直线  $BP$  和  $AD$  所成角的余弦值;
- (2) 求点  $E$  到平面  $PAD$  的距离.



20. (本小题满分 12 分) 已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的离心率为  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ , 其上顶点到右顶点的距离为  $\sqrt{5}$ .

- (1) 求椭圆  $C$  的标准方程;
- (2) 若  $O$  为坐标原点, 直线  $l$  与椭圆  $C$  相交于  $A, B$  两点, 与  $y$  轴相交于  $M(0, m)$  点, 若存在实数  $m$ , 使得  $\vec{OA} + 2\vec{OB} = 3\vec{OM}$ , 求实数  $m$  的取值范围.

21. (本小题满分 12 分) 已知函数  $P(x) = x - \lambda \ln x, (\lambda \in \mathbb{R})$ .

- (1) 若函数  $y = P(x)$  只有一个零点, 求实数  $\lambda$  的取值所构成的集合;
- (2) 已知  $\lambda \in (0, e)$ , 若  $f(x) = e^{2x} - x + P(x)$ , 函数  $f(x)$  的最小值为  $h(\lambda)$ , 求  $h(\lambda)$  的值域.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. (10 分) 在直角坐标系  $xOy$  中, 曲线  $C$  的参数方程为  $\begin{cases} x = \cos \alpha \\ y = 2 + \sin \alpha \end{cases} (\alpha \text{ 为参数}, \alpha \in [0, \frac{\pi}{2}])$ . 以坐标

原点为极点,  $x$  轴正半轴为极轴建立极坐标系, 直线  $l$  的极坐标方程为  $\rho \cos(\theta - \frac{\pi}{3}) = m (m \in \mathbb{R})$ .

- (1) 求曲线  $C$  的普通方程和直线  $l$  的直角坐标方程;
- (2) 若直线  $l$  与曲线  $C$  有 2 个公共点, 求  $m$  的取值范围.

23. (10 分) 已知函数  $f(x) = |x| + |x-2| + 1$ .

- (1) 解不等式  $f(x) \leq 7$ ;
- (2) 若不等式  $mx + 2, f(x) (m > 0)$  对于  $x \in \mathbb{R}$  恒成立, 求  $m$  的取值范围.

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：  
www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：[zizzsw](https://www.zizzs.com)。



微信搜一搜

自主选拔在线