

县(区) \_\_\_\_\_

学校 \_\_\_\_\_

班级 \_\_\_\_\_

姓名 \_\_\_\_\_

准考证号 \_\_\_\_\_

考号 \_\_\_\_\_

密封线以内不许答题

保密★启用前

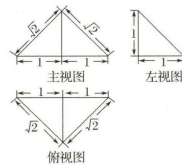
2024年陕西省高三教学质量检测试题(一)  
理科数学

注意事项:

1. 本试卷满分150分,考试时间120分钟.答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上,并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置.
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.回答非选择题时,用签字笔直接写在答题卡的相应位置,写在试卷、草稿纸和答题卡上的非指定区域均无效.
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题:本题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 复数  $z - \frac{2}{1-i} = (1+i)^2$ , 则  $z$  的虚部为 ( )  
A.  $-3i$       B.  $-3$       C.  $3i$       D.  $3$
2. 已知函数  $f(x) = \sqrt{\frac{4-x}{x}}$  的定义域为  $A$ , 函数  $g(x) = \log_2 x, x \in [\frac{1}{2}, 4]$  的值域为  $B$ , 则  $A \cap B$  ( )  
A.  $(0, 2)$       B.  $(0, 2]$       C.  $(-\infty, 4]$       D.  $(-1, 4]$
3. 我校高三年级为了学生某项身体指标,利用随机数表对650名学生进行抽样,先将650进行编号,001,002,...,649,650.从中抽取50个样本,下图提供随机数表的第4行到第6行,若从表中第5行第6列开始向右读取数据,则得到的第7个样本编号是 ( )  
32 21 18 34 29 78 64 54 07 32 52 42 06 44 38 12 23 43 56 77 35 78 90 56 42  
84 42 12 53 31 34 57 86 07 36 25 30 07 32 86 23 45 78 89 07 23 68 96 08 04  
32 56 78 08 43 67 89 53 55 77 34 89 94 83 75 22 53 55 78 32 45 77 89 23 45  
A. 623      B. 328      C. 072      D. 457
4. 设  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x+2y \leq 1, \\ 2x+y \geq -1, \\ x-y \leq 0, \end{cases}$  则  $z=4x-y$  的最小值为 ( )  
A. 1      B.  $-\frac{5}{3}$       C.  $-5$       D. 2
5. 记  $S_n$  为等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和.若  $a_1+a_3=24, S_5=48$ , 则数列  $\{\frac{1}{a_{n+1} \cdot a_{n+2}}\}$  的前 2024 项和为 ( )  
A.  $\frac{507}{4051}$       B.  $\frac{507}{4048}$       C.  $\frac{506}{4049}$       D.  $\frac{506}{4051}$
6. 一个四面体的三视图如图所示,则该几何体的外接球的体积为 ( )  
A.  $\frac{8\sqrt{2}}{3}\pi$   
B.  $\frac{4}{3}\pi$   
C.  $4\pi$   
D.  $8\sqrt{2}\pi$



7. 已知定义在  $\mathbf{R}$  上的函数  $f(x)$ , 满足  $(x_1-x_2)[f(x_1)-f(x_2)] < 0$ , 且  $f(x)+f(-x)=0$ . 若  $f(1)=-1$ , 则满足  $|f(x-2)| \leq 1$  的  $x$  的取值范围是 ( )  
A.  $[1, 3]$       B.  $[-2, 1]$       C.  $[0, 4]$       D.  $[-1, 2]$
  8.  $(2-\frac{1}{x})(1-x)^5$  的展开式中  $x^2$  的系数为 ( )  
A. 30      B. 25      C. 45      D. 15
  9. 若函数  $f(x) = \sqrt{3}\cos 2x - \sin 2x - a$  在区间  $[0, \frac{\pi}{2}]$  上有两个零点  $x_1, x_2$ , 则  $\tan(x_1+x_2) =$  ( )  
A.  $\sqrt{3}$       B.  $-\sqrt{3}$       C.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$       D.  $-\frac{\sqrt{3}}{3}$
  10. 已知双曲线  $C: 3x^2 - y^2 = 3m^2$  的一条渐近线  $l$  与椭圆  $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  交于  $A, B$  两点, 若  $|F_1F_2| = |AB|$ , ( $F_1, F_2$  是椭圆的两个焦点), 则  $E$  的离心率为 ( )  
A.  $\sqrt{3}-1$       B.  $\frac{\sqrt{5}}{2}$       C.  $(-\infty, 1)$       D.  $(-\infty, 0)$
  11. 已知函数  $f(x) = 2\sin x(1+\cos x)$ , 下面说法正确的是 ( )  
A. 函数  $f(x)$  的最小正周期为  $\pi$   
B. 函数  $f(x)$  在  $[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}]$  上单调递减  
C. 函数  $f(x)$  的图像关于  $y$  轴对称  
D. 函数  $f(x)$  的最小值是  $-\frac{3\sqrt{3}}{2}$
  12. 已知函数  $f(x) = x - \ln x$ , 对于  $x \in (1, +\infty)$ , 不等式  $mf(x) - m < e^{x-1} - x$  恒成立, 则  $m$  的取值范围是 ( )  
A.  $(0, 1]$       B.  $(-\infty, e]$       C.  $(-\infty, 1)$       D.  $(-\infty, 0)$
- 二、填空题: 本题共4小题, 每小题5分, 共20分.
13. 已知向量  $a, b$  的夹角为  $\frac{\pi}{3}$ ,  $|a|=2, |b|=2$ , 则  $|2a-b| =$  \_\_\_\_\_.
  14. 设  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  所对边的长分别为  $a, b, c$ . 若  $b, a, c$  成等差数列, 且  $\frac{\sin A}{\sin B} = \frac{5}{3}$ , 则  $C =$  \_\_\_\_\_.
  15. 已知  $F$  为抛物线  $C: \begin{cases} x=4t^2 \\ y=4t \end{cases}$  ( $t$  为参数) 的焦点, 过  $F$  作两条互相垂直的直线  $l_1, l_2$ , 直线  $l_1$  与  $C$  交于  $A, B$  两点, 直线  $l_2$  与  $C$  交于  $D, E$  两点, 则  $|AB| \cdot |DE|$  的最小值为 \_\_\_\_\_.
  16. 已知  $m \in \mathbf{R}$ , 函数  $f(x) = mx^3 - x + 1$  有两个极值点  $x_1, x_2$ , 则下列说法正确的序号为 \_\_\_\_\_.  
①若  $m=4$ , 则函数  $f(x)$  在  $(\frac{1}{2}, f(\frac{1}{2}))$  处的切线方程为  $2x - y = 0$ ; ②  $m$  可能是负数;  
③  $f(x_1) + f(x_2) = 1$ ; ④若存在  $x_0 \in \mathbf{R}$ , 使得  $|f(x_0+2) - f(x_0)| \leq \frac{1}{2}$ , 则  $0 < m \leq \frac{5}{4}$ .

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共 60 分。

17. (12 分) 记数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ，已知  $a_1 = -6$ ，且满足  $S_{n+1} + S_n + a_2 = 3a_{n+1}$ 。

- (1) 证明：数列  $\{a_n\}$  是等比数列；
- (2) 若数列  $\{b_n - a_n\}$  是以 1 为首项，3 为公差的等差数列， $\{b_n\}$  的前  $n$  项和为  $T_n$ ，求  $T_n$ 。

18. (12 分) 有机蔬菜是一类真正源于自然、富营养、高品质的环保型安全食品；绿色蔬菜是无机的。有机与无机主要标准是：有无使用化肥、农药、生长激素和转基因技术四个标准。有机蔬菜种植过程中不使用任何的人工合成的农药和化肥，但是绿色蔬菜在操作规程上是允许限量使用一些低毒、低残留的农药。种植有机蔬菜的土地一般来说都需要有三年或者三年以上的转换期，这就导致了种植有机蔬菜的时间成本高。某公司准备将  $M$  万元资金投入该市蔬菜种植中，现有绿色蔬菜、有机蔬菜两个项目可供选择。若投资绿色蔬菜一年后可获得的利润  $X$  (万元) 的概率分布列如下表所示：

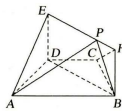
$X$	95	126	187
$P$	$a$	0.5	$b$

且  $X$  的期望  $E(X) = 119.7$ ；若投资有机蔬菜一年后可获得的利润  $Y$  (万元) 与种植成本有关，在生产的过程中，公司将根据种植成本情况决定是否在第二和第三季度进行产品的价格调整，两次调整相互独立且调整的概率分别为  $p$  ( $0 < p < 1$ ) 和  $1-p$ 。若有机蔬菜产品价格一年内调整次数  $n$  (次) 与  $Y$  的关系如下表所示：

$n$	0	1	2
$Y$	41.2	117.6	204.0

- (1) 求  $a, b$  的值；
- (2) 根据投资回报率的大小，现在公司需要决策：当  $p$  的在什么范围取值时，公司可以获得最大投资回报率。(投资回报率 =  $\frac{\text{年平均利润}}{\text{投资总额}} \times 100\%$ )

19. (12 分) 如图，在等腰梯形  $ABCD$  中， $AB \parallel CD$ ， $AD = DC = 1$ ， $\angle BCD = \frac{2}{3}\pi$ ， $DE \perp$  面  $ABCD$ ， $BF \perp$  面  $ABCD$ ， $BF = DE = 1$ ，点  $P$  在线段  $EF$  上运动。



- (1) 求证： $AD \perp BP$ ；
- (2) 是否存在点  $P$ ，使得平面  $PAB$  与平面  $ADE$  所成二面角余弦值为  $\frac{2\sqrt{19}}{19}$ ，若存在，试求点  $P$  的位置，若不存在，请说明理由。

20. (12 分) 已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > b > 0$ ) 过  $M(1, \frac{\sqrt{3}}{2})$ ， $N(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{15}}{4})$  两点

- (1) 求椭圆  $C$  的方程；
- (2) 已知过椭圆  $C$  的左顶点  $A$  的两条相互垂直的直线分别交椭圆  $C$  于  $P, Q$  两点，求  $\triangle APQ$  面积的最大值。

21. (12 分) 已知函数  $f(x) = \ln(1-x) + a \sin x$ ，( $a \in \mathbf{R}$ )。

- (1) 当  $a=0$  时，求函数  $f(x)$  在  $x=-1$  处的切线方程；
- (2) 讨论  $f(x)$  在区间  $(0, 1)$  上的零点个数。

(二) 选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做，那么按所做的第一题计分。

22. [选修 4-4：坐标系与参数方程] (10 分)

在直角坐标系  $xOy$  中，已知直线  $C_1$  过点  $(4, 0)$ ，且倾斜角为  $\frac{5\pi}{6}$ ，曲线  $C_2$  的普通方程为  $x^2 +$

$4y^2 = 7$ ，射线  $l_1$  的方程  $y = \sqrt{3}x$  ( $x \geq 0$ )，射线  $l_2$  的方程为  $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$  ( $x \geq 0$ )。在以坐标原点  $O$

为极点， $x$  轴正半轴为极轴建立极坐标系，

- (1) 求曲线  $C_1, C_2$  的极坐标方程；
- (2) 射线  $l_1$  与曲线  $C_1$  交于点  $M$ ，射线  $l_2$  与曲线  $C_2$  交于点  $N$ ，求  $\triangle MON$  的面积。

23. [选修 4-5：不等式选讲] (10 分)

已知函数  $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} \left( \frac{1}{|x+1| + |x-2| - m} \right)$  的定义域为  $D$ 。

- (1) 当  $m=5$  时，求  $D$ ；
- (2) 若存在  $x$ ，使得不等式  $f(x) \leq 3$  成立，求实数  $m$  的取值范围。

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：  
www.zizs.com](http://www.zizs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：[zizzsw](https://www.zizs.com)。



 微信搜一搜

 自主选拔在线