

西南大学附属中学重庆育才中学万州高级中学  
高 2024 届拔尖强基联盟高三上十二月联合考试  
数学试题

(满分: 150 分; 考试时间: 120 分钟)

注意事项:

1. 答题前, 考生先将自己的姓名、班级、考场/座位号、准考证号填写在答题卡上.
2. 答选择题时, 必须使用 2B 铅笔填涂; 答非选择题时, 必须使用 0.5 毫米的黑色签字笔书写; 必须在题号对应的答题区域内作答, 超出答题区域书写无效; 保持答卷清洁、完整.
3. 考试结束后, 将答题卡交回(试题卷学生保存, 以备评讲).

一、单项选择题: 本大题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 已知复数  $z$  满足  $z - 2z \cdot i + i = 0$ , 则复数  $z$  的虚部为 ( )

- A.  $-\frac{1}{5}$                       B.  $-\frac{1}{5}i$                       C.  $\frac{2}{5}$                       D.  $\frac{2}{5}i$

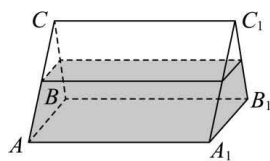
2. 设集合  $A = \{-1, 0, 1\}$ ,  $B = \{y | y = 1 - 2^x, x \in A\}$ , 则  $A \cap B$  中元素的个数为 ( )

- A. 1                              B. 2                              C. 3                              D. 4

3. 已知  $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$ , 则  $\frac{1}{\sin^2 \alpha} + \frac{4}{\sin^2 \beta}$  的最小值为 ( )

- A. 6                              B. 8                              C. 9                              D. 10

4. 如图, 一个三棱柱形容器中盛有水, 侧棱  $AA_1 = a$ , 若侧面  $AA_1B_1B$  水平放置时, 水面恰好过  $AC$ ,  $BC$ ,  $A_1C_1$ ,  $B_1C_1$  的中点, 那么当底面  $ABC$  水平放置时, 水面高为 ( )



- A.  $\frac{a}{4}$                               B.  $\frac{a}{2}$                               C.  $\frac{3a}{4}$                               D.  $a$

5. 加强学生心理健康工作已经上升为国家战略, 为响应国家号召,  $W$  区心理协会派遣具有社会心理工作资格的 3 位专家去定点帮助 5 名心理特异学生. 若要求每名学生只需一位专家负责, 每位专家至多帮助两名学生, 则不同的安排方法共有 ( ) 种





(1) 求  $\{a_n\}$  的通项公式;

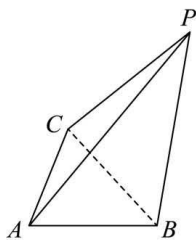
(2) 求  $\{a_n\}$  的前 10 项和  $S_{10}$ .

18. 记  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 已知  $c = 2a \cos A \cos B - b \cos 2A$  ( $A \leq B$ ).

(1) 求  $A$ ;

(2) 若  $AD$  是角  $A$  的内角平分线, 且  $AD = 2$ , 求  $\triangle ABC$  周长的最小值.

19. 已知三棱锥  $P-ABC$  中,  $AB = AC = 2$ ,  $BA \perp AC$ ,  $\angle PAC = \angle PAB = \frac{\pi}{3}$ ,  $PA = 4$ .



(1) 求点  $P$  到平面  $ABC$  的距离;

(2) 求平面  $PAB$  与平面  $PBC$  夹角的正弦值.

20. 在直角坐标系  $xOy$  中, 动点  $P$  到  $y$  轴的距离比点  $P$  到点  $F(1,0)$  的距离少 1.

(1) 求动点  $P$  的轨迹方程  $W$ ;

(2) 当  $x \geq 0$  时, 过点  $M(4,0)$  的直线与  $W$  交于  $A, B$  两点, 连接  $AF$ ,  $BF$  延长与  $W$  分别交于  $C, D$

两点, 求  $\triangle FCD$  与  $\triangle FAB$  面积之和  $S_{\triangle FCD} + S_{\triangle FAB}$  的最小值.

21. “大地”渔业公司从  $A, B$  两不同设备生产厂商处共购买了 80 台同类型的设备.

(1) 若这 80 台设备的购买渠道和一段时间后故障的记录如下表:

	从 A 处购买 (台)	从 B 处购买 (台)
运行良好 (台)	46	14
出现故障 (台)	14	6

试根据小概率值  $\alpha = 0.05$  的独立性检验, 分析设备故障情况是否与购买渠道有关;

(2) 若每台设备发生故障的概率都是 0.01, 且发生故障时由一个人独立完成维修. 现有两种配备维修工人的方案, 甲方案是由 4 个人维修, 每个人各自独立负责 20 台; 乙方案是由 3 个人共同维护这 80 台. 请判断在这两种方案下设备发生故障时不能及时维修的概率的大小关系? 并从公司经营者的角度给出方案选择的建议.

附:  $\chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$

$\alpha$	0.1	0.05	0.01	0.005
$\chi_{\alpha}^2$	2.706	3.841	6.635	7.879

22. 设函数  $f(x) = \sin x - x \cos x$ ,  $g(x) = \left(1 + \frac{x^2}{2}\right) \cos x$ .

(1) ①当  $x \in [0, \pi]$  时, 证明:  $f(x) \geq 0$ ;

②当  $x \in [-\pi, \pi]$  时, 求  $g(x)$  的值域;

(2) 若数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 = 1$ ,  $a_{n+1} = a_n \cos a_n$ ,  $a_n > 0$ , 证明:

$(3a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n) \cos a_1 \cos a_2 \cos a_3 \dots \cos a_n < 2$  ( $n \in \mathbb{N}^*$ ).

## 关于我们



自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京, 旗下拥有网站(网址: [www.zizzs.com](http://www.zizzs.com))和微信公众平台等媒体矩阵, 用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长, 在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南, 请关注**自主选拔在线**官方微信号: **zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线