# 数学参考答案

1. B　$(2+\mathrm{i})(-1+\mathrm{i})=-3+\mathrm{i}$，所以该复数在复平面内对应的点为$(-3,1)$，该点在第二象限.

2. C　$A=\{x\in\mathbf{N}|x^2+x-2\leqslant0\}=\{0,1\}$，集合 $A$ 的子集的个数为 4.

3. A　因为双曲线$\frac{y^2}{4}-\frac{x^2}{8}=1$的上顶点为$(0,2)$，渐近线方程为 $x\pm\sqrt{2}y=0$，所以双曲线$\frac{y^2}{4}-\frac{x^2}{8}=1$的上顶点到其一条渐近线的距离为$\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{6}}{3}$.

4. D　$a=2^{\log_4 3}=\sqrt{3}$，$b=\log_4 8=\frac{3}{2}$，$c=3^{0.6}>3^{0.5}=\sqrt{3}$，故 $c>a>b$.

5. C　当首位为 2 时，这样的五位数有$\frac{A_4^4}{A_2^2A_2^2}=6$个；当首位为 1 时，这样的五位数有$\frac{A_4^4}{A_2^2}=12$个.
综上，这样的五位数有 $6+12=18$ 个.

6. B　圆 $C$：$x^2+y^2-8x+6y+16=0$ 可化为$(x-4)^2+(y+3)^2=9$. $x^2+y^2$ 表示点 $P(x,y)$到点 $O(0,0)$的距离的平方，因为$|CO|=\sqrt{4^2+3^2}=5$，所以 $x^2+y^2$ 的最小值为$(5-3)^2=4$.

7. C　由题设可知该圆锥的高 $h=2\sqrt{3}$. 设在该圆锥中内接一个高为 $x$ 的圆柱，该圆柱的底面半径为 $r$，则$\frac{2r}{4}=\frac{2\sqrt{3}-x}{2\sqrt{3}}$，所以 $r=2-\frac{\sqrt{3}}{3}x$，故该圆柱的侧面积 $S=2\pi rx=2\pi(2-\frac{\sqrt{3}}{3}x)x=2\pi(-\frac{\sqrt{3}}{3}x^2+2x)$，当 $x=\sqrt{3}$时，侧面积 $S$ 取得最大值 $2\sqrt{3}\pi$.

8. B　设 $F(1,0)$为抛物线 $C$ 的焦点，则 $d=|MF|-1$. 设点 $M$ 到直线 $l$ 的距离为 $d_1$，则$|AM|=2d_1$，所以$|AM|+2d=2d_1+2(|MF|-1)=2(d_1+|MF|)-2$，$d_1+|MF|$的最小值为点 $F$ 到 $l$ 的距离，即 $d_1+|MF|$的最小值为$\frac{6}{\sqrt{2}}=3\sqrt{2}$，所以$|AM|+2d$ 的最小值为 $6\sqrt{2}-2$.

9. ACD　因为 $a+b=ab\leqslant(\frac{a+b}{2})^2$，所以 $a+b\geqslant4$，$ab\geqslant4$，当且仅当 $a=b=2$ 时，等号成立.
若 $a+b=ab$，则$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=1$，所以 $a+4b=(a+4b)(\frac{1}{a}+\frac{1}{b})=5+\frac{a}{b}+\frac{4b}{a}\geqslant5+2\sqrt{\frac{a}{b}\cdot\frac{4b}{a}}=9$，当且仅当$\frac{a}{b}=\frac{4b}{a}$，即 $b=\frac{3}{2}$，$a=3$ 时，等号成立. 若 $a+b=ab$，则$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=1$，所以$\frac{1}{a^2}+\frac{2}{b^2}=(1-\frac{1}{b})^2+\frac{2}{b^2}=\frac{3}{b^2}-\frac{2}{b}+1$，由 $a>0$，$b>0$ 及$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=1$，可知 $0<\frac{1}{b}<1$，则当$\frac{1}{b}=\frac{1}{3}$，即 $a=\frac{3}{2}$，$b=3$ 时，$\frac{3}{b^2}-\frac{2}{b}+1\geqslant3\times(\frac{1}{3})^2-2\times\frac{1}{3}+1=\frac{2}{3}$. 故选 ACD.

10. AB　$\sin102^\circ+\sqrt{3}\cos102^\circ=2\sin(102^\circ+60^\circ)=2\sin162^\circ=2\sin18^\circ$，
$\frac{\sin36^\circ}{\sin108^\circ}=\frac{\sin36^\circ}{\cos18^\circ}=\frac{2\sin18^\circ\cos18^\circ}{\cos18^\circ}=2\sin18^\circ$，$\frac{2\tan9^\circ\cos18^\circ}{1-\tan^29^\circ}=\tan18^\circ\cos18^\circ=\sin18^\circ$，

$2\cos 78°+2\cos 42°=2\cos(60°+18°)+2\cos(60°-18°)=4\cos 60°\cos 18°=2\cos 18°$.
故选 AB.

11. BCD　因为 $f(x)\leqslant|f(\frac{7\pi}{12})|$ 对 $x\in\mathbf{R}$ 恒成立,所以 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=\frac{7\pi}{12}$ 对称,则 $f(0)=f(\frac{7\pi}{6})$,即 $a=\sin\frac{7\pi}{3}+a\cos\frac{7\pi}{3}$,解得 $a=\sqrt{3}$.

$f(x)=\sin 2x+\sqrt{3}\cos 2x=2\sin(2x+\frac{\pi}{3})$,$f(-\frac{\pi}{6})=2\sin 0=0$,所以 $f(x)$ 的图象关于点 $(-\frac{\pi}{6},0)$ 对称. 当 $x\in(0,m)$ 时,$2x+\frac{\pi}{3}\in(\frac{\pi}{3},2m+\frac{\pi}{3})$,因为 $f(x)=\sqrt{3}$ 在 $(0,m)$ 上有 2 个实数解,所以 $\frac{7\pi}{3}<2m+\frac{\pi}{3}\leqslant\frac{8\pi}{3}$,解得 $\pi<m\leqslant\frac{7\pi}{6}$. 直线 $24x-9\pi y-8\pi=0$ 经过点 $(\frac{\pi}{3},0)$ 与 $(\frac{13\pi}{12},2)$,易知 $(\frac{\pi}{3},0)$ 与 $(\frac{13\pi}{12},2)$ 分别是函数 $f(x)$ 的零点与其图象的最高点,结合图象(图略)可知 $f(x)$ 的图象与直线 $24x-9\pi y-8\pi=0$ 恰有 5 个交点. 故选 BCD.

12. AC　如图 1,连接 $A_1B,A_1D,BD$,由 $\overrightarrow{AM}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AD}+(1-x-y)\overrightarrow{AA_1}(x\geqslant0,y\geqslant0,x+y\leqslant1)$,可得点 $M$ 的轨迹在 $\triangle A_1BD$ 内(包括边界). 因为平面 $A_1BD\parallel$ 平面 $CB_1D_1$,所以 $V_{M-B_1D_1C}=V_{A_1-B_1D_1C}=V_{C-A_1B_1D_1}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times1\times1\times1=\frac{1}{6}$,故 A 正确.

易知 $AC_1\perp$ 平面 $A_1BD$,设 $AC_1$ 与平面 $A_1BD$ 相交于点 $P$. 由于 $V_{A-A_1BD}=V_{B-A_1D_1B_1}=V_{C-A_1D_1B_1}=\frac{1}{6}$,则点 $A$ 到平面 $A_1BD$ 的距离为 $AP=\dfrac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{4}\times(\sqrt{2})^2}=\frac{\sqrt{3}}{3}$. 若 $AM=\frac{\sqrt{5}}{3}$,则 $MP=\frac{\sqrt{2}}{3}$,即点 $M$ 的轨迹是以 $P$ 为圆心,$\frac{\sqrt{2}}{3}$ 为半径的圆,如图 2. 在 $\triangle A_1EP$ 中,$A_1P=\frac{\sqrt{6}}{3}$,$PE=\frac{\sqrt{2}}{3}$,$\angle EA_1P=\frac{\pi}{6}$,由余弦定理解得 $A_1E=\frac{\sqrt{2}}{3}$,则 $\angle A_1PE=\frac{\pi}{6}$,所以 $M$ 的轨迹长度为 $\frac{\pi}{6}\times6\times\frac{\sqrt{2}}{3}=\frac{\sqrt{2}\pi}{3}$,故 B 错误.

因为 $D_1C_1\parallel AB$,所以 $\angle ABM$ 为异面直线 $BM$ 与 $D_1C_1$ 所成的角,则 $\sin\angle ABM\geqslant\frac{AP}{AB}=\frac{\sqrt{3}}{3}$,所以 $\cos\angle ABM\leqslant\frac{\sqrt{6}}{3}$,故 C 正确.

由三垂线定理可知,又 $AP\perp$ 平面 $A_1BD$,要使得 $A_1M\perp AM$,则 $A_1M\perp MP$,所以点 $M$ 在以 $A_1P$ 为直径的圆上,则存在无数个点,使得 $A_1M\perp AM$,故 D 错误.

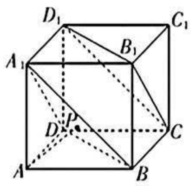


图 1

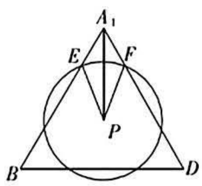


图 2

13. $\frac{31}{3}$　设等比数列$\{a_n\}$的公比为$q$,则$\frac{a_2+a_3}{a_1+a_2}=\frac{q(a_1+a_2)}{a_1+a_2}=q=2$,

由$a_1+a_2=1$,可得$3a_1=1$,即$a_1=\frac{1}{3}$,所以$S_5=\frac{\frac{1}{3}(1-2^5)}{1-2}=\frac{31}{3}$.

14. 65　数据[20,40),[40,60),[60,80),[80,100]对应的频率分别为0.1,0.2,0.4,0.3,因此第40百分位数一定位于[60,80)内.因为$60+\frac{0.1}{0.4}\times20=65$,所以该班学生化学测试成绩的第40百分位数为65.

15. 4　因为$f(2-x)+f(x)=\frac{2^{3-x}}{2^{2-x}-2}+\frac{2^{x+1}}{2^x-2}=\frac{4}{2-2^x}+\frac{2^{x+1}}{2^x-2}=\frac{2^{x+1}-4}{2^x-2}=2$,

所以$P(1,1)$是函数$f(x)$图象的对称中心,则$P$为线段$AB$的中点,

可得$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=2\overrightarrow{OP}=(2,2)$,则$(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB})\cdot\overrightarrow{OP}=2+2=4$.

16. $(-\frac{1}{e^2+e},0)$　由$x^2+mxe^x+me^{2x}=0$,可得$(\frac{x}{e^x})^2+m\cdot\frac{x}{e^x}+m=0$.令$t=\frac{x}{e^x}$,则$t^2+mt+m=0$,$t'=\frac{1-x}{e^x}$,所以$t=\frac{x}{e^x}$在$(-\infty,1)$上单调递增,在$(1,+\infty)$上单调递减,且$t=0$不是方程$t^2+mt+m=0$的根,则$\begin{cases}m<0,\\ \frac{1}{e^2}+\frac{m}{e}+m>0,\end{cases}$解得$-\frac{1}{e^2+e}<m<0$.故$m$的取值范围为$(-\frac{1}{e^2+e},0)$.

17. 解:(1)由余弦定理可知$BC^2=AB^2+AC^2-2AB\cdot AC\cos\angle BAC$,　…… 2分

即$4AC^2+AC^2+2AC^2=7$,解得$AC=1$,　…… 3分

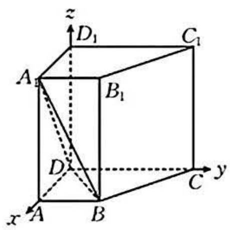
所以$\triangle ABC$的面积为$\frac{1}{2}\times1\times2\times\sin\frac{2\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.　…… 5分

(2)因为$\angle BAC=\frac{2\pi}{3}$,$AD\perp AB$,所以$\angle CAD=\frac{\pi}{6}$,　…… 6分

所以$\frac{BD}{DC}=\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ACD}}=\frac{\frac{1}{2}AB\cdot AD}{\frac{1}{2}AC\cdot AD\cdot\sin\frac{\pi}{6}}=4$.　…… 10分

18. (1)证明:由题意可知$BB_1\perp$底面$ABCD$,

因为$BD\subset$底面$ABCD$,所以$BB_1\perp BD$.　…… 1分




在梯形$ABCD$中,可得$BD=2\sqrt{2}$,$DC=4$,$\angle BDC=\frac{\pi}{4}$,

由余弦定理可得$BC=2\sqrt{2}$,所以$BD^2+BC^2=DC^2$,故$BD\perp BC$.　…… 3分

因为$BC\cap BB_1=B$,所以$BD\perp$平面$B_1BCC_1$,　…… 4分

又$BD\subset$平面$A_1BD$,所以平面$A_1BD\perp$平面$B_1BCC_1$.　…… 6分

(2)解:以 $D$ 为原点,$DA,DC,DD_1$ 所在直线分别为 $x,y,z$ 轴建立如图所示的空间直角坐标系,则 $D(0,0,0),B(2,2,0),A_1(2,0,4),\overrightarrow{DB}=(2,2,0),\overrightarrow{DA_1}=(2,0,4)$. …………… 7分

易知 $\boldsymbol{n}=(1,0,0)$ 为平面 $DCC_1D_1$ 的一个法向量. ………………………………………… 8分

设平面 $A_1BD$ 的法向量为 $\boldsymbol{m}=(x,y,z)$,

则$\begin{cases}\boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{DB}=0,\\ \boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{DA_1}=0,\end{cases}$得$\begin{cases}2x+2y=0,\\ 2x+4z=0,\end{cases}$取 $z=-1$,则 $y=-2,x=2$,得 $\boldsymbol{m}=(2,-2,-1)$, ………

……………………………………………………………………………………………… 10分

所以 $\cos\langle\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}\rangle=\frac{\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}}{|\boldsymbol{m}||\boldsymbol{n}|}=\frac{2}{3}$,故平面 $A_1BD$ 与平面 $DCC_1D_1$ 夹角的余弦值为 $\frac{2}{3}$. ………

……………………………………………………………………………………………… 12分

19. 解:(1)记蚂蚁 2 秒后所在位置对应的实数为非负数为事件 $A$,记 2 秒后这只蚂蚁在 $x=0$ 处的概率为事件 $B$,

$P(A)=\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}+C_2^1\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{8}{9}$, ……………………………………………………… 2分

$P(AB)=P(B)=C_2^1\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{4}{9}$, ……………………………………………………… 3分

故所求的概率为 $P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{1}{2}$. ……………………………………………… 5分

(2)由题意知 $X$ 可能的取值为 $-4,-2,0,2,4$, ………………………………………………… 6分

则 $P(X=-4)=\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{81}$,$P(X=-2)=C_4^1\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{8}{81}$,

$P(X=0)=C_4^2\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{8}{27}$,$P(X=2)=C_4^1\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{32}{81}$,

$P(X=4)=\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{16}{81}$, ……………………………………………………… 9分

则 $X$ 的分布列为

| $X$ | $-4$ | $-2$ | $0$ | $2$ | $4$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $P$ | $\frac{1}{81}$ | $\frac{8}{81}$ | $\frac{8}{27}$ | $\frac{32}{81}$ | $\frac{16}{81}$ |

……………………………………………………………………………………………… 10分

$E(X)=-4\times\frac{1}{81}-2\times\frac{8}{81}+0\times\frac{8}{27}+2\times\frac{32}{81}+4\times\frac{16}{81}=\frac{4}{3}$. ……………………………… 12分

20. 解:(1)因为 $a_{n+1}+a_n=2n$,所以 $a_{n+1}+a_{n+2}=2n+2$, ……………………………………… 1分

两式相减得 $a_{n+2}-a_n=2$. ………………………………………………………………… 2分

因为 $\{a_n\}$ 为等差数列,所以 $\{a_n\}$ 的公差 $d=1$. ……………………………………………… 3分

又 $a_1+a_2=2$,所以 $2a_1+d=2$,解得 $a_1=\frac{1}{2}$, ……………………………………………… 4分

则 $a_n=\frac{1}{2}+(n-1)\times1=n-\frac{1}{2}$,即 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=n-\frac{1}{2}$. ……………………………… 5分

(2)由(1)得 $S_{2n}=(a_1+a_2)+(a_3+a_4)+(a_5+a_6)+\cdots+(a_{2n-1}+a_{2n})=2+6+10+\cdots+4n-2=2n^2$, …… 8分

所以不等式 $(-1)^n\lambda<S_{2n}-8n+9$ 可化为 $(-1)^n\lambda<2n^2-8n+9=2(n-2)^2+1$,

当 $n$ 为奇数时,$-\lambda<2(n-2)^2+1$,则 $-\lambda<2(1-2)^2+1$,即 $\lambda>-3$, …… 10分

当 $n$ 为偶数时,$\lambda<2(n-2)^2+1$,则 $\lambda<1$.

综上,$\lambda$ 的取值范围为 $(-3,1)$. …… 12分

21.(1)解:由题意可得 $A(0,b)$,$B(0,-b)$,设 $P(x_1,y_1)$,

则 $k_{PA}=\dfrac{y_1-b}{x_1}$,$k_{PB}=\dfrac{y_1+b}{x_1}$,所以 $k_{PA}\cdot k_{PB}=\dfrac{y_1^2-b^2}{x_1^2}$. …… 1分

因为点 $P$ 在椭圆 $C$ 上,所以 $\dfrac{x_1^2}{a^2}+\dfrac{y_1^2}{b^2}=1$,所以 $x_1^2=\dfrac{(b^2-y_1^2)a^2}{b^2}$, …… 2分

则 $k_{PA}\cdot k_{PB}=-\dfrac{b^2}{a^2}=-\dfrac{4}{9}$. …… 3分

因为 $2a=6$,且 $a^2=b^2+c^2$,所以 $a^2=9$,$b^2=4$, …… 4分

故椭圆 $C$ 的标准方程为 $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$. …… 5分

(2)证明:设 $Q(x_2,y_2)$,$D(x_0,y_0)$,显然直线 $PT$ 不会垂直于 $x$ 轴,

设直线 $PT$ 的方程为 $y=kx+1$.

由 $\begin{cases} y=kx+1, \\ \dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1, \end{cases}$ 消去 $y$ 得 $(4+9k^2)x^2+18kx-27=0$.

因为点 $(0,1)$ 在椭圆 $C$ 的内部,所以 $\Delta>0$,$x_1+x_2=-\dfrac{18k}{9k^2+4}$,$x_1x_2=-\dfrac{27}{9k^2+4}$. …… 7分

设直线 $AP$ 的方程为 $y=\dfrac{y_1-2}{x_1}x+2$,直线 $BQ$ 的方程为 $y=\dfrac{y_2+2}{x_2}x-2$, …… 8分

所以 $y_0+2=\dfrac{x_1(y_2+2)}{x_2(y_1-2)}\cdot(y_0-2)$. …… 9分

由(1)知 $\dfrac{y_1-2}{x_1}\cdot\dfrac{y_1+2}{x_1}=-\dfrac{4}{9}$,可得 $\dfrac{x_1(y_2+2)}{x_2(y_1-2)}=-\dfrac{9}{4}\cdot\dfrac{(y_1+2)(y_2+2)}{x_1x_2}=-\dfrac{9}{4}\cdot\dfrac{(kx_1+3)(kx_2+3)}{x_1x_2}=-\dfrac{9}{4}\cdot\dfrac{k^2x_1x_2+3k(x_1+x_2)+9}{x_1x_2}=-\dfrac{9}{4}\cdot\dfrac{-27k^2-54k^2+9(9k^2+4)}{-27}=3$. …… 11分

因此 $y_0=4$,即点 $D$ 在直线 $y=4$ 上. …… 12分

22.(1)解:令 $f(x)=|x\ln x|$,则 $f(x)=\begin{cases} -x\ln x, 0<x<1, \\ x\ln x, x\geqslant 1, \end{cases}$

$f'(x)=\begin{cases} -\ln x-1, 0<x<1, \\ \ln x+1, x\geqslant 1, \end{cases}$ …… 1分

则当 $x\in(0,\dfrac{1}{e})\cup(1,+\infty)$ 时,$f'(x)>0$,当 $x\in(\dfrac{1}{e},1)$ 时,$f'(x)<0$, …… 3分

所以 $f(x)$ 在 $(0,\dfrac{1}{e})$ 和 $(1,+\infty)$ 上单调递增,在 $(\dfrac{1}{e},1)$ 上单调递减.

又$|x\ln x|>0$,所以$0<a<f(\frac{1}{e})$,即$0<a<\frac{1}{e}$,所以$a$的取值范围为$(0,\frac{1}{e})$. ········ 5分

(2)证明:由(1)可知$0<x_1<\frac{1}{e}<x_2<1<x_3$,

下面证明$x_1x_2<\frac{1}{e^2}$,$x_3<e^{\frac{1}{3}}$.

①证明$x_1x_2<\frac{1}{e^2}$.

令$\frac{x_2}{x_1}=t>1$,因为$-x_1\ln x_1=-x_2\ln x_2$,所以$\frac{x_1}{x_2}=\frac{\ln x_2}{\ln x_1}=\frac{1}{t}$.

由$\frac{\ln(tx_1)}{\ln x_1}=\frac{1}{t}$,得$\ln x_1=\frac{t\ln t}{1-t}$,故$\ln x_2=\frac{\ln t}{1-t}$,则$x_1=e^{\frac{t\ln t}{1-t}}$,$x_2=e^{\frac{\ln t}{1-t}}$, ···················· 6分

所以$x_1x_2=e^{\frac{\ln t}{1-t}+\frac{t\ln t}{1-t}}=e^{\frac{(t+1)\ln t}{1-t}}$. ···················· 7分

设$s(t)=\ln t-2\times\frac{t-1}{t+1}$,$t>1$,则$s'(t)=\frac{(t-1)^2}{t(t+1)^2}>0$,

故$s(t)$在$(1,+\infty)$上为增函数,故$s(t)>s(1)=0$,即$\ln t>2\times\frac{t-1}{t+1}$,$t>1$, ·············· 9分

故$\frac{(t+1)\ln t}{1-t}<-2$,则$x_1x_2<\frac{1}{e^2}$. ···················· 10分

②证明$x_3<e^{\frac{1}{3}}$.

由题可知$f(x_3)<f(\frac{1}{e})=\frac{1}{e}$,$f(e^{\frac{1}{3}})-\frac{1}{e}=\frac{e^{\frac{1}{3}}}{3}-\frac{1}{e}=\frac{e\times e^{\frac{1}{3}}-3}{3e}>\frac{2.7\times(\frac{64}{27})^{\frac{1}{3}}-3}{3e}>0$,

因为$y=f(x)$在$(1,+\infty)$上单调递增,$f(x_3)<f(\frac{1}{e})=\frac{1}{e}<f(e^{\frac{1}{3}})$,所以$x_3<e^{\frac{1}{3}}$成立.

综上,$x_1x_2x_3\leqslant e^{-\frac{5}{3}}$. ···················· 12分

# 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。