江西省 2023—2024 学年高一年级上学期第二次模拟选科联考

数学参考答案及评分细则

1.【答案】A

【解析】将“$\exists x\in(0,+\infty)$”改为“$\forall x\in(0,+\infty)$”，将“$2x^2>0$”改为“$2x^2\leqslant 0$”，故选 A.

2.【答案】C

【解析】易知 $B=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$，故图中阴影部分表示的集合为$\{2,4,6,8,9\}$，共 5 个元素，故选 C.

3.【答案】D

【解析】解法一：设该地区老年艺术团的总人数为 x，由分层抽样知识可知，$\frac{12}{x}=\frac{12-6}{30+45}$，解得 $x=150$，故选 D.

解法二：抽取的 12 人中相声队、歌咏队的人数之和与诗歌朗诵队的人数相同，故所求总人数为$(30+45)\times 2=150$，故选 D.

4.【答案】B

【解析】由随机数法，抽取的同学对应的编号为 08，32，16，46，50，42，…，故第 6 位同学的编号为 42，故选 B.

5.【答案】B

【解析】依题意，$x\in(0,+\infty)$，因为 $y=2x^2$，$y=4\ln x-100$ 在$(0,+\infty)$上均单调递增，故 $f(x)$ 在$(0,+\infty)$上单调递增，而 $f(6)=4\ln 6-28<0$，$f(7)=4\ln 7-2>0$，故 $f(x)$ 存在唯一的零点，且该零点所在区间为$(6,7)$，故选 B.

6.【答案】A

【解析】$f(0)=\frac{e^2}{4}-4<0$，排除 C；$f(2-x)=\frac{e^{|x|}}{x^2}-4=f(2+x)$，故 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=2$ 对称，排除 B；当 x 无限接近于 2 时，$f(x)$ 趋近于正无穷，排除 D，故选 A.

7.【答案】C

【解析】依题意，$1=\log_{0.25}0.25<a=\log_{0.25}0.128<\log_{0.5^2}0.5^3=\frac{3}{2}$，$b=3^{0.4}=\sqrt[5]{\frac{288}{32}}>\sqrt[5]{\frac{243}{32}}=\frac{3}{2}$，$c=0.5^{0.4}<0.5^0=1$，故 $c<a<b$，故选 C.

8.【答案】C

【解析】当 $a=0$ 时，$f(x)=1(x\neq 0)$，此时 $f(f(x))=2$ 无解，不合题意；当 $a<0$ 时，设 $t=f(x)$，则 $y=f(t)$ 与 $y=2$ 的大致图象如图 1 所示，则 $f(t)=2$ 对应的两根为 t_1,t_2，且 $t_1<a<t_2<0$，此时 $f(x)=t_1$ 与 $f(x)=t_2$ 无解，即方程 $f(f(x))=2$ 无解，不合题意；当 $a>0$ 时，设 $m=f(x)$，则 $y=f(m)$ 与 $y=2$ 的大致图象如图 2 所示，则 $f(m)=2$ 对应的两根为 m_1,m_2，且 $0<m_1<a<m_2$，若 $g(x)$ 恰有 3 个零点，则 $y=m_1$ 和 $y=m_2$ 与 $y=f(x)$ 的图象共有 3 个不同的交点.

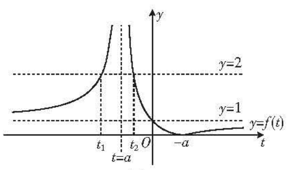

图 1

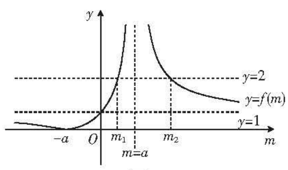

图 2

①当 $0<a<1$ 时，$y=m_1$ 与 $f(x)$ 的图象有 2 个不同交点，如图 3 所示，所以 $y=m_2$ 与 $f(x)$ 的图象有且仅有 1 个交点，则 $m_2=1$，即$\left|1+\frac{2a}{1-a}\right|=2$，解得 $a=\frac{1}{3}$；②当 $a=1$ 时，$y=m_1$ 与 $f(x)$ 的图象有 2 个不同交点，所以 $y=m_2$ 与 $f(x)$ 的图象有且仅有 1 个交点，则 $m_2=1$ 与 $m_2>a$ 矛盾，不合题意；③当 $a>1$ 时，$y=m_2$ 与 $f(x)$ 的图象有 2 个不

同交点,如图 4 所示,所以 $y=m_1$ 与 $f(x)$ 的图象有且仅有 1 个交点,则 $m_1=1$,即 $\left|1+\frac{2a}{1-a}\right|=2$,解得 $a=3$. 故满足条件的 a 有 2 个,故选 C.

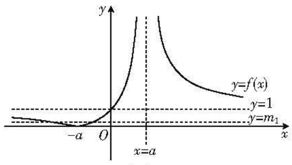

图 3

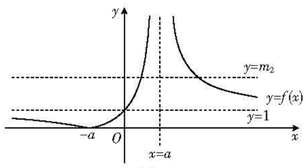

图 4

9.【答案】BC

【解析】解法一:易知 $7\notin A$,故 A 错误;易知 $13\in B$,则 B 正确;$A=\{x\mid x=2(2k_1-2)+1,k_1\in\mathbf{Z}\}$,故 $A\subsetneqq B$,故 C 正确,D 错误,故选 BC.

解法二:依题意,$A=\{\cdots,-3,1,5,9,13,17,21,\cdots\}$,$B=\{\cdots,-3,-1,1,3,5,7,9,11,13,15,17,19,21,\cdots\}$,观察可知 A,D 错误,B,C 正确,故选 BC.

10.【答案】BC

【解析】$f(x)=x+\frac{4}{x}$在$(1,2)$上单调递减,在$(2,+\infty)$上单调递增,故 A 错误;$f(x)=\ln x$ 在$(0,+\infty)$上单调递增,故 B 正确;$f(x)=x^2-2x+3$ 在$(1,+\infty)$上单调递增,故 C 正确;对 D,因为 $f(2)=5$,$f(2.1)=2^{2.1}<5=f(2)$,故 D 错误,故选 BC.

11.【答案】ABD

【解析】$mn=2m+2n+5\geqslant 4\sqrt{mn}+5$,则$(\sqrt{mn}-5)(\sqrt{mn}+1)\geqslant 0$,解得 $mn\geqslant 25$,当且仅当 $m=n=5$ 时等号成立,故 A 正确;$2m+2n+5=mn\leqslant\frac{(m+n)^2}{4}$,故$(m+n-10)(m+n+2)\geqslant 0$,故 $m+n\geqslant 10$,当且仅当 $m=n=5$ 时等号成立,故 B 正确;显然 $m\neq 2$,则 $n=\frac{2m+5}{m-2}=2+\frac{9}{m-2}$,故 $4m+n=4m+\frac{9}{m-2}+2\in[22,+\infty)$,故 C 错误,D 正确,故选 ABD.

12.【答案】ABC

【解析】因为 $f(x+1)$ 为偶函数,故 $f(x)$ 的图象关于 $x=1$ 对称,故 $f(4)=f(-2)$,故 A 正确;由 $f(x)=g(x+1)+1$ 得,$f(1-x)=g(2-x)+1$,代入 $f(1-x)+g(x+1)=1$ 中,得 $g(2-x)+g(x+1)=0$①,令 $x=\frac{1}{2}$,得$g\left(\frac{3}{2}\right)=0$,故 B 正确;因为 $f(x+1)$ 为偶函数,故 $f(x+1)=f(1-x)$,故由 $f(1-x)+g(x+1)=1$ 得,$f(1+x)+g(x+1)=1$,则 $g(x+2)+1+g(x+1)=1$,故 $g(-x+2)+g(-x+1)=0$②,联立①②,可得 $g(1-x)=g(1+x)$,故 $x=1$ 为 $g(x)$ 图象的一条对称轴,故 C 正确;而 $f(x)=g(x+1)+1$,故 $f(x)$ 的图象关于 y 轴对称,故 D 错误,故选 ABC.

13.【答案】$\{x\mid -1<x<1\}$

【解析】依题意,$\frac{1-x}{1+x}>0$,则 $-1<x<1$,故所求定义域为$\{x\mid -1<x<1\}$.

14.【答案】-2

【解析】令 $m^2-2m-7=1$,解得 $m=-2$ 或 $m=4$,根据单调性得 $m=-2$.

15.【答案】1

【解析】$\lg\frac{4\sqrt{2}}{7}-\lg 8^{\frac{2}{3}}+\lg 7\sqrt{5}+\frac{1}{\log_{25}10}=\lg\left(\frac{4\sqrt{2}}{7\times 4}\times 7\sqrt{5}\right)+\lg 25=\frac{1}{2}+2\lg 5\in(1,2)$,故 $\left[\lg\frac{4\sqrt{2}}{7}-\lg 8^{\frac{2}{3}}+\lg 7\sqrt{5}+\frac{1}{\log_{25}10}\right]=1$.

16.【答案】-2

【解析】依题意,$4^{x_0}+\log_2\sqrt{x_0}+x_0-\dfrac{1}{x_0}=0$,则$4^{x_0}+\log_4 x_0+x_0-\dfrac{1}{x_0}=0$,故$4^{x_0}+x_0=\dfrac{1}{x_0}+\log_4\dfrac{1}{x_0}=4^{\log_4\frac{1}{x_0}}+\log_4\dfrac{1}{x_0}$;

令$g(x)=4^x+x$,易知函数$g(x)$在$\mathbf{R}$上单调递增,则$g(x_0)=g\left(\log_4\dfrac{1}{x_0}\right)\Leftrightarrow x_0=\log_4\dfrac{1}{x_0}$,故$4^{x_0}=\dfrac{1}{x_0}$,$\log_4 x_0=-x_0$,

则$\log_2 x_0=-2x_0$,故$4^{x_0}\cdot\log_2 x_0=-2$.

【评分细则】

第13题结果写成区间形式也可,写成不等式形式的不给分.

17. 解:(1)若选①:依题意,$\dfrac{4\cdot a\cdot 1-16}{4a}=-1$,(2分)

解得$a=2$.(4分)

若选②:$g(x)=f(x)+1=ax^2-4x+2$存在唯一零点,

则$\Delta=(-4)^2-4\cdot a\cdot 2=0$,(2分)

解得$a=2$.(4分)

(2)由(1)可知,$h(x)=\log_2 x+2^x-5$,(5分)

因为$y=\log_2 x$,$y=2^x-5$在$(0,+\infty)$上均单调递增,

故$h(x)$在$[2,4]$上单调递增,(8分)

而$h(2)=0$,$h(4)=13$,故$h(x)$在$[2,4]$上的值域为$[0,13]$.(10分)

【评分细则】

1. 未写出选择①还是②的统一按照①的过程给分;
2. 未交待$h(x)$的单调性扣3分,直接给出单调性未说明理由扣1分.

18. 解:(1)依题意,$A=\{x|\dfrac{1}{2}\leqslant x<6\}$,(2分)

而$B=\{x|-\dfrac{7}{2}\leqslant x\leqslant\dfrac{3}{2}\}$,故$\complement_{\mathbf{R}}B=\{x|x<-\dfrac{7}{2}$,或$x>\dfrac{3}{2}\}$,(4分)

则$A\cap(\complement_{\mathbf{R}}B)=\{x|\dfrac{3}{2}<x<6\}$.(6分)

(2)由"$x\in A$"是"$x\in B$"的必要不充分条件,可得$B\subsetneqq A$,(7分)

由$m\leqslant 2$,故$3m-2\leqslant m+2$,(8分)

则$\begin{cases}3m-2\geqslant\dfrac{1}{2},\\ m+2<6,\end{cases}$故$\dfrac{5}{6}\leqslant m\leqslant 2$,(11分)

综上所述,实数m的取值范围为$\left[\dfrac{5}{6},2\right]$.(12分)

【评分细则】

1. 若得到集合$A=\{x|\dfrac{1}{2}\leqslant x\leqslant 6\}$,但是$\complement_{\mathbf{R}}B$求对,过程也对,只给2分;
2. 若按照充分不必要条件进行求解的,不给分;最终实数m的取值范围写成不等式或者集合形式的不扣分.

19. 解:(1)依题意,$\begin{cases}a\cdot\left(\dfrac{2}{3}\right)^{2\lambda}=162,\\ a\cdot\left(\dfrac{2}{3}\right)^{8\lambda}=48,\end{cases}$(2分)

解得$\begin{cases}a=243,\\ \lambda=\dfrac{1}{2}.\end{cases}$(6分)

(2)令 $243\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{t}{2}}\leqslant\frac{1\ 024}{243}$,(8 分)

则 $\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{t}{2}}\leqslant\left(\frac{2}{3}\right)^{10}$,(10 分)

则 $\frac{t}{2}\geqslant 10$,解得 $t\geqslant 20$,故 t 的最小值为 20.(12 分)

20. 解:(1)依题意,$f\left(x+\frac{3}{2}\right)=\left(\frac{2}{3}\right)^{|2x+3-m|}+m$,(1 分)

而 $f\left(-x+\frac{3}{2}\right)=f\left(x+\frac{3}{2}\right)$,故 $\left(\frac{2}{3}\right)^{|-2x+3-m|}+m=\left(\frac{2}{3}\right)^{|2x+3-m|}+m$,(3 分)

则 $|2x+3-m|=|-2x+3-m|$,则 $2x+3-m=-2x+3-m$ 或 $2x+3-m=2x-3+m$,

解得 $m=3$.(5 分)

(2)由(1)可知,$f(x)=\left(\frac{2}{3}\right)^{|2x-3|}+3$,(6 分)

当 $x\geqslant\frac{3}{2}$ 时,$f(x)=\left(\frac{2}{3}\right)^{2x-3}+3$ 在 $\left[\frac{3}{2},+\infty\right)$ 上单调递减;(8 分)

当 $x<\frac{3}{2}$ 时,$f(x)=\left(\frac{2}{3}\right)^{3-2x}+3$ 在 $\left(-\infty,\frac{3}{2}\right)$ 上单调递增;(10 分)

故 $f(x)_{\max}=f\left(\frac{3}{2}\right)=4$,故 $\lambda\geqslant 4$,即实数 λ 的取值范围为 $[4,+\infty)$.(12 分)

【评分细则】

1. 若不是用偶函数的定义,而是用特殊值来求 m 的,后续过程没有验证扣 2 分,有验证给满分;
2. 若直接给出 $f(x)$ 的最大值且没有说明原因扣 4 分;最终的答案写成 $\lambda\geqslant 4$ 或集合的形式不扣分.

21. 解:(1)依题意,当 $0<x<4$ 时,$g(x)=\ln x^2+\ln(4-x)^2=2\ln[x(4-x)]$,(2 分)

因为 $x(4-x)\leqslant\frac{(x+4-x)^2}{4}=4$,当且仅当 $x=4-x$,即 $x=2$ 时等号成立,(4 分)

故 $2\ln[x(4-x)]\leqslant 2\ln 4$,则 $g(x)$ 在 $(0,4)$ 上的最大值为 $2\ln 4$.(6 分)

(2)依题意,$|\ln a|=|\ln b|$,因为 $0<a<b$,故 $0<a<1<b$.(7 分)

则 $\ln a=-\ln b$,则 $ab=1$,(9 分)

因为 $0<a^2<a<1<b$,$|f(x)|$ 在 $(a^2,1)$ 上单调递减,在 $(1,b)$ 上单调递增,

故 $|f(a^2)|>|f(a)|=|f(b)|$,

故 $|f(x)|_{\max}=|f(a^2)|=-4\ln a=4$,(11 分)

解得 $a=\frac{1}{e}$,$b=e$,则 $\frac{b}{a}=e^2$.(12 分)

【评分细则】

1. 第(1)问中使用基本不等式求解最值未交待等号成立的条件的,扣 1 分;若使用复合函数的观点求最值,有交待单调性且最后最值正确的,不扣分;最终答案写成 $4\ln 2$,$\ln 16$ 均正确,不扣分;
2. 第(2)问中在说明 $|f(x)|$ 的最大值时未交待单调性,直接给出最值的扣 1 分;没有说明 $0<a^2<a<1<b$ 的扣 1 分.

22. 解:(1)依题意,$f(x)=-x^2+4x+|-2x+4|+2=-|x-2|^2+2|x-2|+6$.(1 分)

令 $|x-2|=t\in[0,+\infty)$,则原式化为 $y=-t^2+2t+6$,

易知 $y=-t^2+2t+6$ 在 $[0,1)$ 上单调递增,在 $(1,+\infty)$ 上单调递减,(2 分)

而 $t=|x-2|$ 在 $(-\infty,2)$ 上单调递减,在 $(2,+\infty)$ 上单调递增,(3 分)

令$|x-2|=1$,则$x=1$或$x=3$,

故$f(x)$在$(-\infty,1)$和$(2,3)$上单调递增,在$(1,2)$和$(3,+\infty)$上单调递减.(4分)

(2)依题意,$-\frac{9}{2}<a<\frac{1}{2}$,

①当$a=0$时,$f(x)=4x+6$,此时$f(x)$有且只有一个零点;(5分)

②当$0<a<\frac{1}{2}$时,$f(x)=\begin{cases}ax^2+(2a+4)x+6, x\geqslant -\frac{2}{a},\\ ax^2+(4-2a)x-2, x<-\frac{2}{a},\end{cases}$

因为抛物线$y=ax^2+(2a+4)x+6$开口向上,且对称轴为$x=-\frac{2a+4}{2a}=-1-\frac{2}{a}<-\frac{2}{a}$,

所以$y=ax^2+(2a+4)x+6$在区间$\left[-\frac{2}{a},+\infty\right)$上单调递增;(6分)

而抛物线$y=ax^2+(4-2a)x-2$开口向上,且对称轴为$x=-\frac{4-2a}{2a}=-\frac{2}{a}+1>-\frac{2}{a}$,

所以$y=ax^2+(4-2a)x-2$在区间$\left(-\infty,-\frac{2}{a}\right)$上单调递减;(7分)

故函数$f(x)$在区间$\left(-\infty,-\frac{2}{a}\right)$上单调递减,在区间$\left[-\frac{2}{a},+\infty\right)$上单调递增,

又因为$f\left(-\frac{2}{a}\right)=2-\frac{4}{a}<0$,所以$f(x)$有两个零点;(8分)

③当$-\frac{9}{2}<a<0$时,$f(x)=\begin{cases}ax^2+(2a+4)x+6, x\leqslant -\frac{2}{a},\\ ax^2+(4-2a)x-2, x>-\frac{2}{a},\end{cases}$

因为抛物线$y=ax^2+(2a+4)x+6$开口向下,且对称轴为$x=-\frac{2a+4}{2a}=-1-\frac{2}{a}<-\frac{2}{a}$,

所以$y=ax^2+(2a+4)x+6$在区间$\left(-\infty,-\frac{2}{a}-1\right]$上单调递增,在区间$\left(-\frac{2}{a}-1,-\frac{2}{a}\right]$上单调递减;(9分)

而抛物线$y=ax^2+(4-2a)x-2$开口向下,且对称轴为$x=-\frac{4-2a}{2a}=-\frac{2}{a}+1>-\frac{2}{a}$,

所以$y=ax^2+(4-2a)x-2$在区间$\left(-\frac{2}{a},-\frac{2}{a}+1\right)$上单调递增,在区间$\left(-\frac{2}{a}+1,+\infty\right)$上单调递减;(10分)

故函数$f(x)$在区间$\left(-\infty,-\frac{2}{a}-1\right]$上单调递增,在区间$\left(-\frac{2}{a}-1,-\frac{2}{a}\right]$上单调递减,在区间$\left(-\frac{2}{a},-\frac{2}{a}+1\right)$上单调递增,在区间$\left(-\frac{2}{a}+1,+\infty\right)$上单调递减,

又因为$f\left(-\frac{2}{a}\right)=2-\frac{4}{a}>0$,所以$f(x)$有两个零点;(11分)

综上所述,当$a=0$时,$f(x)$有1个零点;当$-\frac{9}{2}<a<\frac{1}{2}$且$a\neq 0$时,$f(x)$有2个零点.(12分)

【评分细则】

第(1)问结论中用“或”字连接单调区间的扣1分.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。