（三）

1. B　因为$A=\{0,2,4\}$，$B=\{x|x^2-5x+6=0\}=\{2,3\}$，$C=\{ab|a\in A,b\in B\}$，所以$ab$的值为0，4，6，8，12，故$C=\{ab|a\in A,b\in B\}=\{0,4,6,8,12\}$，故集合$C$的子集个数为$2^5=32$. 故选B.

2. A　当$a=1$，$b=-1$时，$a<|b|+1$，充分性不成立；当$a>|b|+1$时，$a>|b|\geqslant b$，即$a>b$，必要性成立，故"$a>b$"是"$a>|b|+1$"的必要不充分条件. 故选A.

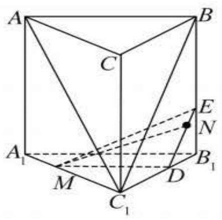
3. C　圆$x^2+y^2+2x-2y+a=0$的圆心为$(-1,1)$，半径为$\sqrt{2-a}$，依题意，$\frac{|-2+1+3|}{\sqrt{2^2+1^2}}=\sqrt{2-a-2}$，解得$a=-\frac{4}{5}$，故选C.

4. D　$\because \sin\left(\frac{\theta}{2}+\frac{\pi}{12}\right)=\frac{\sqrt{5}}{5}$，$\therefore \cos\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)=1-2\sin^2\left(\frac{\theta}{2}+\frac{\pi}{12}\right)=\frac{3}{5}$. $\because \theta$为锐角，$\therefore \sin\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)=\sqrt{1-\cos^2\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)}=\frac{4}{5}$，$\therefore \tan\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\sin\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)}{\cos\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)}=\frac{4}{3}$. 故选D.

5. D　因为$(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\cdot(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=2\boldsymbol{a}^2-\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}-\boldsymbol{b}^2=15$. 又$|\boldsymbol{a}|=3$，$|\boldsymbol{b}|=1$，所以$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=2$，所以$\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b}$在$\boldsymbol{b}$上的投影向量为$\frac{(\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{b}|}\cdot\frac{\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{b}|}=5\boldsymbol{b}$. 故选D.

6. B　分2步分析：需要先将5人分为3组，有$\left(\frac{C_5^3C_2^1}{A_2^2}+\frac{C_5^2C_3^2}{A_2^2}\right)$种分组方法，将分好的三组安排到3个乡镇调研，有$A_3^3$种情况，则有$\left(\frac{C_5^3C_2^1}{A_2^2}+\frac{C_5^2C_3^2}{A_2^2}\right)A_3^3=150$种安排方案. 故选B.

7. A　因为正三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$的体积为$\frac{9}{4}$，底面边长为$\sqrt{3}$，所以高$CC_1=\sqrt{3}$，所以$BC_1=\sqrt{6}$，如图所示，



在B_1C_1上取点D，使$B_1D=\frac{1}{2}DC_1$，在BB_1上取点E，使$B_1E=\frac{1}{2}EB$. 连接MD，DE，ME，则$MD/\!/A_1B_1/\!/AB$，$DE/\!/BC_1$，
又$MD\not\subset$平面ABC_1，$AB\subset$平面ABC_1，所以$MD/\!/$平面ABC_1.
同理可得$DE/\!/$平面ABC_1，又$MD\cap DE=D$，MD，$DE\subset$平面MDE，
所以平面$MDE/\!/$平面ABC_1. 又$MN/\!/$平面ABC_1，故点N的轨迹为线段DE，$DE=\frac{1}{3}BC_1=\frac{\sqrt{6}}{3}$. 故选A.

8. C　因为$S_n=a_{n+1}-a_1=a_{n+1}-1$，当$n=1$时，$a_1=S_1=a_2-1$，则$a_2=2$，所以$a_2=2a_1$；
当$n\geqslant 2$时，$a_n=S_n-S_{n-1}=a_{n+1}-1-(a_n-1)=a_{n+1}-a_n$，所以$a_{n+1}=2a_n$，
则$\{a_n\}$是首项为1，公比为2的等比数列，所以$a_n=2^{n-1}$.
因为$b_n=\frac{(2n-1)^2}{a_n}=\frac{(2n-1)^2}{2^{n-1}}$，所以$b_1=1$，$b_2=\frac{9}{2}$，$b_3=\frac{25}{4}$，
当$n\geqslant 3$时，$b_{n+1}-b_n=\frac{(2n+1)^2}{2^n}-\frac{(2n-1)^2}{2^{n-1}}=\frac{-4n^2+12n-1}{2^n}$，
因为$-4n^2+12n-1=-4\left(n-\frac{3}{2}\right)^2+8$在$n\geqslant 3$时单调递减，所以$-4n^2+12n-1\leqslant -1<0$，
所以当$n\geqslant 3$时，$b_{n+1}-b_n<0$，即$b_n>b_{n+1}$，所以$b_1<b_2<b_3>b_4>b_5>\cdots$，
所以数列$\{b_n\}$的最大项为$b_3=\frac{25}{4}$. 故选C.

9. ABC　$z=\frac{2}{i(3+i^3)}=\frac{2}{i(3-i)}=\frac{2}{1+3i}=\frac{2(1-3i)}{(1+3i)(1-3i)}=\frac{1}{5}-\frac{3}{5}i$，$\bar{z}=\frac{1}{5}+\frac{3}{5}i$，$|z|=\frac{\sqrt{10}}{5}$，$\frac{3}{5}i-\bar{z}=-\frac{1}{5}<0$，故A，C正确；
对于B，因为$z=\frac{1}{5}-\frac{3}{5}i$，所以复数$z$在复平面内对应的点为$\left(\frac{1}{5},-\frac{3}{5}\right)$，位于第四象限. 故B正确；
$z+\frac{1}{5}=\frac{2}{5}-\frac{3}{5}i$不是纯虚数，故D错误. 故选ABC.

10. BCD　由频率分布直方图知$(0.006+a+0.012\times 2+0.024+0.019+0.018)\times 10=1$，解得$a=0.009$，故A错误；
因为成绩在区间$[80,90)$内的学生人数为18，频率为$0.018\times 10=0.18$，所以$N=\frac{18}{0.18}=100$，故B正确；
对于C，因为$(0.006+0.009+0.012+0.024+0.019)\times 10=0.7<0.8$，
$(0.006+0.009+0.012+0.024+0.019+0.018)\times 10=0.88>0.8$，$80+\frac{0.8-0.7}{0.018}\approx 86$（分），
所以这100名学生竞赛成绩的80%分位数约为86分，故C正确；

对于 D,[30,40)组有 $0.006\times10\times100=6$(人),同理[40,50)组有 9 人,[50,60)组有 12 人,[60,70)组有 24 人,根据分层抽样的原理,从[50,60)组抽取的人数为$\frac{12}{6+9+12+24}\times17=4$(人),D 正确.故选 BCD.

11. AD　设 $F_1(-c,0)(c>0)$到渐近线 $y=\frac{b}{a}x$,即 $bx-ay=0$ 的距离为$\sqrt{3}$,则$\sqrt{3}=\frac{|-bc|}{\sqrt{b^2+a^2}}$,结合 $a^2+b^2=c^2$ 得 $b=\sqrt{3}$,又 $M(2\sqrt{2},\sqrt{3})$在双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{3}=1$ 上,所以$\frac{8}{a^2}-1=1$,得 $a^2=4$,所以双曲线 C 的标准方程为$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{3}=1$.故 A 正确;

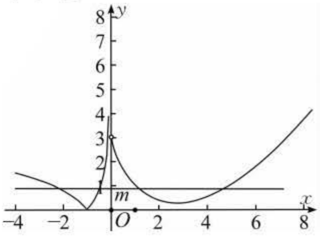
双曲线 C 的渐近线方程为 $y=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}x$,故 B 错误;

对于 C,在双曲线中,$a=2,b=\sqrt{3}$,则 $c=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{7}$,
根据对称性,不妨设点 P 在双曲线的右支上,则$|PF_1|-|PF_2|=4$.令$|PF_1|=t+4,|PF_2|=t$.
因为$|F_1F_2|=2c=2\sqrt{7}$,
在$\triangle PF_1F_2$ 中,$|F_1F_2|^2=|PF_1|^2+|PF_2|^2-2|PF_1||PF_2|\cos\angle F_1PF_2$,
即 $28=t^2+(t+4)^2-2t(t+4)\cos\angle F_1PF_2$.　①
在$\triangle PF_1F_2$ 中,O 是 F_1F_2 中点,则 $2\overrightarrow{PO}=\overrightarrow{PF_1}+\overrightarrow{PF_2}$,两边平方可得$(2\overrightarrow{PO})^2=(\overrightarrow{PF_1}+\overrightarrow{PF_2})^2$,
所以 $40=t^2+(t+4)^2+2t(t+4)\cos\angle F_1PF_2$.　②
由①+②得 $t^2+4t=9$,$40=2t^2+8t+16+2t(t+4)\cos\angle F_1PF_2$,$40=18+16+18\cos\angle F_1PF_2$,

所以 $\cos\angle F_1PF_2=\frac{1}{3}$.故 C 错误;

对于 D,因为 P 为双曲线右支上一点,所以$|PF_1|-|PF_2|=2a=4$,又$|PF_1|=3|PF_2|$,
所以$|PF_1|=6,|PF_2|=2,|F_1F_2|=2c=2\sqrt{7}$,
由余弦定理知$|F_1F_2|^2=|PF_1|^2+|PF_2|^2-2|PF_1|\cdot|PF_2|\cos\angle F_1PF_2$.
即$(2\sqrt{7})^2=6^2+2^2-2\times2\times6\cos\angle F_1PF_2$,解得 $\cos\angle F_1PF_2=\frac{1}{2}$.故 D 正确.故选 AD.

12. ABC　当 $x>0$ 时,$f(x)=x\ln x-2x+3$,由 $f'(x)=\ln x-1$,当 $x\in(0,e)$ 时,$f'(x)<0$;当 $x\in(e,+\infty)$时,$f'(x)>0$.
所以 $f(x)$在$(0,e)$上单调递减,在$(e,+\infty)$上单调递增,则 $f(x)_{\min}=f(e)=3-e$,
又 $\lim\limits_{x\to0^+}(x\ln x-2x+3)=3$,$\lim\limits_{x\to+\infty}(x\ln x-2x+3)=+\infty$,$|\ln(-x)|\geqslant0$,
作出函数的简图,结合图象可知要使方程 $f(x)-m=0$ 有四个不等实根,则 $3-e<m<3$,故 A 正确;



$\ln(-x_1)=-\ln(-x_2)$,化简得到 $x_1x_2=1$,故 B 正确;
由图可知 $0<x_3<e<x_4$,

令 $g(x)=f(x)-f(\frac{e^2}{x})$,$x\in(0,e)$,则 $g'(x)=f'(x)+\frac{e^2}{x^2}f'(\frac{e^2}{x})=(\ln x-1)\cdot\frac{x^2-e^2}{x^2}>0$,

所以 $g(x)$在 $x\in(0,e)$上单调递增,所以 $g(x_3)<g(e)=0$,即 $f(x_3)<f(\frac{e^2}{x_3})$,

所以 $f(x_3)=f(x_4)<f(\frac{e^2}{x_3})$,因为 $f(x)$在$(e,+\infty)$上单调递增,所以 $x_4<\frac{e^2}{x_3}$,即 $x_3x_4<e^2$,故 C 正确;

因为 $3-e<m<3$,所以 $e^{3-e}<e^m<e^3$,令 $t=e^m$,则 $e^{3-e}<t<e^3$,则 $y=3x_1+x_2=-3e^m-e^{-m}=-(\frac{1}{e^m}+3e^m)=-(\frac{1}{t}+3t)$,由函数性质可知,上述函数在$[\frac{\sqrt{3}}{3},+\infty)$上单调递减,所以在$(e^{3-e},e^3)$上,$-(\frac{1}{e^3}+3e^3)<3x_1+x_2<-(\frac{1}{e^{3-e}}+3e^{3-e})$,故 D 错误.故选 ABC.

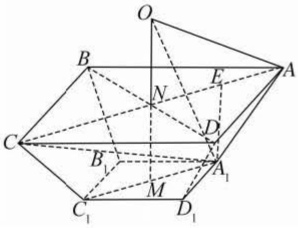
13. $\frac{y^2}{4}+x^2=1$(答案不唯一)

14. 0.09　得到 16 分,即 6 道题中对 2 道,错 1 道,部分选对 3 道,所以得到 16 分的概率为 $C_6^2\times0.2^2\times C_4^3\times0.5^3\times0.3=0.09$.

15. 2 022　因为对任意 $x,y\in\mathbf{R}$,恒有 $f(x+y)=f(x)+f(y)+1$ 成立,令 $x=0,y=0$,得到 $f(0+0)=f(0)+f(0)+1$,得 $f(0)=-1$,令 $y=-x$,得 $f(0)=f(x)+f(-x)+1$,整理得 $f(x)+1=-f(-x)-1=-[f(-x)+1]$,故 $f(x)+1$ 为奇函数,设 $h(x)=f(x)+1$,则 $h(x)$为奇函数,则 $g(x)=f(x)+2\ 024=f(x)+1+2\ 023=h(x)+2\ 023$.因为 $g(3)=2\ 024$,所以 $g(3)=h(3)+2\ 023=2\ 024$,所以 $h(3)=1$,所以

$h(-3)=-h(3)=-1$，所以 $g(-3)=h(-3)+2\ 023=2\ 022$.

16. $\dfrac{57+5\sqrt{57}}{114}$　记正四棱台 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 上下两个底面的中心分别为 N、M，连接 MN、A_1C_1、AC、A_1C，过点 A_1 作 $A_1E\perp AN$，垂足为 E，如图所示.



因为在正四棱台 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=2A_1B_1=4$，$AA_1=\sqrt{3}$，

所以 $EN=A_1M=\dfrac{1}{2}A_1C_1=\sqrt{2}$，$AN=\dfrac{1}{2}AC=2\sqrt{2}$，则 $AE=AN-EN=\sqrt{2}$，

所以 $A_1E=\sqrt{A_1A^2-AE^2}=1$，$EC=EN+NC=3\sqrt{2}$，

在 $\triangle EA_1C$ 中，$A_1C^2=A_1E^2+EC^2=19$，

则 $\cos\angle AA_1C=\dfrac{A_1A^2+A_1C^2-AC^2}{2A_1A\cdot A_1C}=\dfrac{3+19-32}{2A_1A\cdot A_1C}<0$，即 $\angle AA_1C$ 是钝角，

所以外接球的球心 O 在平面 $ABCD$ 的上方，又外接球的球心一定在 MN 上，连接 OA、OA_1，

则 $OA=OA_1=R$，设 $ON=h$，

在 $\mathrm{Rt}\triangle OAN$ 中，$OA^2=AN^2+ON^2$，即 $R^2=(2\sqrt{2})^2+h^2$，

在 $\mathrm{Rt}\triangle OA_1M$ 中，$OA_1^2=OM^2+A_1M^2$，即 $R^2=(1+h)^2+(\sqrt{2})^2$，

解得 $h=\dfrac{5}{2}$，$R=\dfrac{\sqrt{57}}{2}$，

球形灯的直径为 $d=ON+R=\dfrac{5}{2}+\dfrac{\sqrt{57}}{2}$，从而球形灯的半径为 $r=\dfrac{5}{4}+\dfrac{\sqrt{57}}{4}$，

故 $\dfrac{r}{R}=\dfrac{57+5\sqrt{57}}{114}$.

17. 解：(1)∵数列 $\{a_n\}$ 是等差数列，且 $a_1=1$，$a_5=3a_2$，

$\therefore a_1+4d=3(a_1+d)$，$\therefore d=2a_1=2$，………… 2 分

$\therefore a_n=1+(n-1)\times 2=2n-1$，………… 3 分

$\therefore S_n=na_1+\dfrac{n(n-1)}{2}d=n+\dfrac{n(n-1)}{2}\times 2=n^2$. ………… 5 分

(2)由(1)知 $S_n=n^2$，

$\therefore b_n=S_n+\dfrac{2}{n}S_n=n^2+2n$. ………… 6 分

$\therefore \dfrac{1}{b_n}=\dfrac{1}{n(n+2)}=\dfrac{1}{2}(\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+2})$. ………… 7 分

故 $T_n=\dfrac{1}{2}\times(1-\dfrac{1}{3})+\dfrac{1}{2}\times(\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{4})+\dfrac{1}{2}\times(\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{5})+\cdots+\dfrac{1}{2}\times(\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+2})$

$=\dfrac{1}{2}(1-\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{5}+\cdots+\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+2})$

$=\dfrac{1}{2}(1+\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{n+1}-\dfrac{1}{n+2})$

$=\dfrac{3}{4}-\dfrac{1}{2}(\dfrac{1}{n+1}+\dfrac{1}{n+2})=\dfrac{3}{4}-\dfrac{2n+3}{2(n+1)(n+2)}$. ………… 10 分

18. 解：(1)因为 $f(x)=\sin^2\omega x-2\sqrt{3}\sin\omega x\cos(\omega x+\pi)-\cos^2\omega x=\sqrt{3}\sin 2\omega x-\cos 2\omega x$

$=2\sin(2\omega x-\dfrac{\pi}{6})$，………… 2 分

因为函数 $f(x)$ 图象相邻两条对称轴之间的距离是 $\dfrac{\pi}{2}$，

所以函数 $f(x)$ 的最小正周期为 $T=\dfrac{2\pi}{2\omega}=\pi$，可得 $\omega=1$，$\therefore f(x)=2\sin(2x-\dfrac{\pi}{6})$. ………… 4 分

由 $2k\pi-\dfrac{\pi}{2}\leqslant 2x-\dfrac{\pi}{6}\leqslant 2k\pi+\dfrac{\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$，解得 $k\pi-\dfrac{\pi}{6}\leqslant x\leqslant k\pi+\dfrac{\pi}{3}(k\in\mathbf{Z})$，

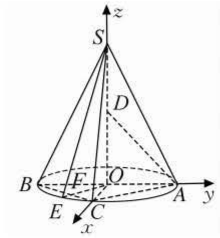
故函数 $f(x)$ 的单调递增区间为 $[k\pi-\dfrac{\pi}{6},k\pi+\dfrac{\pi}{3}](k\in\mathbf{Z})$. ………… 6 分

(2)因为 $f(B)=2\sin(2B-\dfrac{\pi}{6})=2$，可得 $\sin(2B-\dfrac{\pi}{6})=1$，………… 7 分

因为 $0<B<\dfrac{\pi}{2}$，则 $-\dfrac{\pi}{6}<2B-\dfrac{\pi}{6}<\dfrac{5\pi}{6}$，所以 $2B-\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{\pi}{2}$，解得 $B=\dfrac{\pi}{3}$. ………… 9 分

由正弦定理得$\frac{a}{\sin A}=\frac{c}{\sin C}=\frac{b}{\sin B}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$，

所以$\frac{a+3c}{\sin A+3\sin C}=\frac{\frac{4\sqrt{3}}{3}\sin A+4\sqrt{3}\sin C}{\sin A+3\sin C}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$. ………………………………………… 12分



19. 解：(1)证明：设 OE 交 BC 于点 F，因为 E 为$\overset{\frown}{BC}$的中点，所以 F 为 BC 中点. ……………………………… 1分

因为 $OB=OC$，所以 $BC\perp OF$，即 $BC\perp OE$. ……………………………… 2分

又 $SO\perp$底面$\odot O$，$BC\subset$底面$\odot O$，所以 $SO\perp BC$. ……………………… 3分

又 $OE\cap SO=O$，SO、$OE\subset$平面 SOE，所以 $BC\perp$平面 SOE. ………………… 4分

又 $BC\subset$平面 SBC，所以平面 $SEO\perp$平面 SBC. ……………………………… 5分

(2)因为 C 为$\overset{\frown}{AB}$的中点，O 为 AB 的中点，则 $OC\perp AB$，

以点 O 为坐标原点，OC、OA、OS 所在直线分别为 x、y、z 轴建立如图所示的空间直角坐标系，设 $OD=t(0<t<4)$，……………………………………………………… 7分

则 $D(0,0,t)$，$C(2,0,0)$，$A(0,2,0)$，$\overrightarrow{AC}=(2,-2,0)$，$\overrightarrow{CD}=(-2,0,t)$，

设平面 ACD 的一个法向量为 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$，

则$\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{AC}=2x-2y=0\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{CD}=-2x+tz=0\end{cases}$，取 $x=1$，可得 $\boldsymbol{n}=(1,1,\frac{2}{t})$，……………………………… 9分

显然平面 ADO 的一个法向量为 $\boldsymbol{n}_1=(1,0,0)$，……………………………………………… 10分

所以 $\cos\langle\boldsymbol{n},\boldsymbol{n}_1\rangle=\frac{\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{n}_1}{|\boldsymbol{n}||\boldsymbol{n}_1|}=\frac{1}{\sqrt{2+\frac{4}{t^2}}}=\frac{3\sqrt{22}}{22}$. 解得 $t=3$. 故 OD 的长度为 3. ……………………… 12分

20. 解：(1)因为$\overline{x}=\frac{3+6+9+12+15}{5}=9$，$\overline{y}=\frac{81+102+126+154+182}{5}=129$.

所以$\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{5}x_iy_i-5\overline{x}\,\overline{y}}{\sum_{i=1}^{5}x_i^2-5\overline{x}^2}=\frac{6\,567-5\times9\times129}{495-5\times9^2}=\frac{762}{90}\approx8.47$，……………………………… 3分

所以$\hat{a}=129-\frac{762}{90}\times9=52.8$. ……………………………………………………… 4分

所以 y 关于 x 的经验回归方程为$\hat{y}=8.47x+52.8$，……………………………………… 5分

经过 30 天训练后，估计通过考核的人数为$\hat{y}=8.47\times30+52.8\approx307$. ………………………… 6分

(2)

	口语练习的时间不达标	口语练习的时间达标	合计
男	42	10	52
女	30	18	48
合计	72	28	100

……………………………………………………………………………………………… 8分

零假设为 H_0：性别与口语练习的时间是否达标无关.

根据联表中的数据，经计算得到 $\chi^2=\frac{100\times(42\times18-30\times10)^2}{52\times48\times72\times28}\approx4.132<6.635=x_{0.01}$，………… 11分

根据小概率值 $\alpha=0.01$ 的独立性检验，推断 H_0 成立，即认为性别与口语练习的时间是否达标无关.
……………………………………………………………………………………………… 12分

21. 解：(1)因为点 O 在以 PQ 为直径的圆上，所以 $OP\perp OQ$，

依题意可设 $P(-x_0,4)$，$Q(x_0,4)$，则$\overrightarrow{OP}=(-x_0,4)$，$\overrightarrow{OQ}=(x_0,4)$，

则$\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ}=16-x_0^2=0$，故 $x_0^2=16$. ……………………………………………… 3分

又 $x_0^2=8p$，所以 $p=2$，故抛物线 C 的方程为 $x^2=4y$. ……………………………………… 4分

(2)设直线 AB：$y=kx+1$，$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，

联立方程组$\begin{cases}y=kx+1\\x^2=4y\end{cases}$，消去 y 得 $x^2-4kx-4=0$，

则 $\Delta=16k^2+16>0$，$x_1+x_2=4k$，$x_1x_2=-4$，

$y_1+y_2=(kx_1+1)+(kx_2+1)=k(x_1+x_2)+2=4k^2+2$，

可得 $|AB|=y_1+y_2+2=4(k^2+1)$，……………………………………………………………… 6分

以 AB 为直径的圆的圆心为 $M(2k,2k^2+1)$，半径 $R=2k^2+2>\frac{3}{2}$，

设圆 N 的圆心为 $N(x_0,y_0)$，半径 $r=\frac{3}{2}$，

若圆 M 与圆 N 内切，则 $|MN|=R-r$，即 $\sqrt{(x_0-2k)^2+(y_0-2k^2-1)^2}=2k^2+\frac{1}{2}$，　…………………… 8 分

整理得 $(6-4y_0)k^2-4x_0k+x_0^2+(y_0-1)^2-\frac{1}{4}=0$，………………………………………………………… 9 分

因为对任意的 k 恒成立，则 $\begin{cases}6-4y_0=0\\4x_0=0\\x_0^2+y_0^2-2y_0+\frac{3}{4}=0\end{cases}$，解得 $\begin{cases}x_0=0\\y_0=\frac{3}{2}\end{cases}$，　…………………………………… 11 分

即圆心为 $N(0,\frac{3}{2})$，半径 $r=\frac{3}{2}$ 的圆恒与以 AB 为直径的圆都内切，故所求定圆的方程为 $x^2+(y-\frac{3}{2})^2=\frac{9}{4}$. ……………………………………………………………………………………………………… 12 分

22. 解：(1) 当 $a=e$ 时，$f(x)=xe^x-e(x+\ln x)$，定义域为 $(0,+\infty)$，

$f'(x)=xe^x+e^x-e-\frac{e}{x}=\frac{x^2e^x+xe^x-xe-e}{x}=\frac{(x+1)(xe^x-e)}{x}$，　…………………………………… 2 分

令 $f'(x)=\frac{(x+1)(xe^x-e)}{x}=0$ 得 $x=1$，

x	$(0,1)$	1	$(1,+\infty)$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	↘	极小值	↗

所以 $f(x)$ 有极小值 0，无极大值. ………………………………………………………………………………… 4 分

(2) $f(x)-1\geqslant0$ 在 $(0,+\infty)$ 上恒成立，即 $xe^x-a(x+\ln x)-1\geqslant0$ 在 $(0,+\infty)$ 上恒成立，

设 $t=\ln x+x$，则 $t=\ln x+x$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，$t\in(-\infty,+\infty)$.

则 $e^t-at-1\geqslant0$ 对于 $\forall t\in(-\infty,+\infty)$ 恒成立. ……………………………………………………………… 6 分

设 $p(t)=e^t-at-1$，则 $p'(t)=e^t-a$.

当 $a\leqslant0$ 时，$p'(t)=e^t-a>0$ 恒成立，所以 $p(t)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上为增函数，

因为 $p(0)=0$，所以存在 $t_0<0$，使得 $p(t_0)<p(0)=0$，不满足 $e^t-at-1\geqslant0$ 对于 $\forall t\in(-\infty,+\infty)$ 恒成立；

当 $a>0$ 时，令 $p'(t)=e^t-a=0$，得 $t=\ln a$，

所以当 $t\in(-\infty,\ln a)$ 时，$p'(t)<0$，$p(t)$ 为减函数；当 $t\in(\ln a,+\infty)$ 时，$p'(t)>0$，$p(t)$ 为增函数，

所以 $p(t)_{\min}=p(\ln a)=e^{\ln a}-a\ln a-1=a-a\ln a-1$，则 $a-a\ln a-1\geqslant0$.　……………………………… 9 分

设 $q(a)=a-a\ln a-1$，则 $q'(a)=1-(1+\ln a)=-\ln a$，

令 $q'(a)=0$，得 $a=1$，

当 $a\in(0,1)$ 时，$q'(a)>0$，$q(a)$ 为增函数；当 $a\in(1,+\infty)$ 时，$q'(a)<0$，$q(a)$ 为减函数，

所以 $q(a)\leqslant q(1)=1-\ln1-1=0$，当且仅当 $a=1$ 时，等号成立，　…………………………………………… 11 分

又 $q(a)=a-a\ln a-1\geqslant0$，所以 $q(a)=0$，即 $a=1$.

综上所述，实数 a 的值为 1. …………………………………………………………………………………………… 12 分

关于我们

务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

微信搜一搜

自主选拔在线