重庆市高三数学考试参考答案

1.B　因为 $B=\{x|x^2+4x-12<0\}=\{x|-6<x<2\}$，所以 $A\cap B=\{x|-4<x<2\}$.

2.A　因为 $(3-2i)(1+i)=5+i$，所以其在复平面内对应的点位于第一象限.

3.D　因为 $y'=5x^4+2x$，所以当 $x=1$ 时，$y'=7$.

4.D　因为 $|\boldsymbol{a}|=3$，$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=-5$，所以 $(\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}^2-2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=9+10=19$.

5.A　因为该圆锥的母线与底面所成的角为 $45°$，所以该圆锥的高与底面半径相等，且都等于 $\frac{4}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}$，所以该圆锥的体积 $V=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{1}{3}\pi\times(2\sqrt{2})^3=\frac{16\sqrt{2}}{3}\pi$.

6.A　因为 $\frac{1}{a_n}-\frac{1}{a_{n+1}}-\frac{1}{a_na_{n+1}}=1$，所以 $a_{n+1}=\frac{1+a_n}{1-a_n}$.

因为 $a_1=6$，所以 $a_2=\frac{1+6}{1-6}=-\frac{7}{5}$，

$a_3=\frac{1-\frac{7}{5}}{1+\frac{7}{5}}=-\frac{1}{6}$，$a_4=\frac{1-\frac{1}{6}}{1+\frac{1}{6}}=\frac{5}{7}$，$a_5=\frac{1+\frac{5}{7}}{1-\frac{5}{7}}=6$，…，

所以 $\{a_n\}$ 是周期为 4 的数列，故 $a_{211}=a_3=-\frac{1}{6}$.

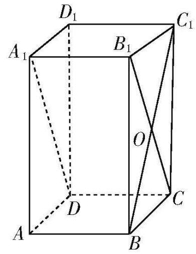
7.A　因为 $\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$，$\cos 2\alpha=2\cos^2\alpha-1$，所以 $3\sin 2\alpha=\cos 2\alpha+1$ 可化为 $6\sin\alpha\cos\alpha=2\cos^2\alpha$. 因为 $\alpha\in(0,\frac{\pi}{2})$，所以 $\cos\alpha\neq 0$，所以 $3\sin\alpha=\cos\alpha$. 因为 $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$，所以 $\sin\alpha=\frac{\sqrt{10}}{10}$.

8.C　$f(x)=\ln|x|+|\ln x^2|=\begin{cases}3\ln x, x\geqslant 1,\\ -\ln x, 0<x<1,\\ -\ln(-x), -1<x<0,\\ 3\ln(-x), x\leqslant -1.\end{cases}$ 因为 $f(x)$ 是偶函数，所以 $x_1=-x_4$，$x_2=-x_3$. 因为 x_1,x_2,x_3,x_4 成等差数列，所以 $x_3-x_2=x_4-x_3$，则 $3x_3=x_4$. 因为 $f(x_3)=f(x_4)=m$，所以 $-\ln x_3=3\ln x_4=3\ln(3x_3)$，解得 $x_3=3^{-\frac{3}{4}}$，$m=f(x_3)=\frac{3}{4}\ln 3$.

9.ABD　我国今年 3 月份至 10 月份社会消费品零售额总额同比增速从小到大依次为 2.5%，3.1%，4.6%，5.5%，7.6%，10.6%，12.7%，18.4%. 我国今年 3 月份至 10 月份社会消费品零售额总额同比增速最高为 18.4%，A 正确. 我国今年 3 月份至 10 月份社会消费品零售额总额同比增速的中位数为 $\frac{5.5\%+7.6\%}{2}=6.55\%$，B 正确. $8\times 40\%=3.2$，我国今年 3 月份至

10 月份社会消费品零售额总额同比增速的 40%分位数为 5.5%，C 错误. 我国今年 3 月份至 10 月份社会消费品零售额总额同比增速的平均值为$\frac{1}{8}\times(2.5\%+3.1\%+4.6\%+5.5\%+7.6\%+10.6\%+12.7\%+18.4\%)=8.125\%$，D 正确.

10. BC　该正四棱柱外接球的半径 $R=\frac{\sqrt{2^2+2^2+(2\sqrt{3})^2}}{2}=\sqrt{5}$，则该正四棱柱外接球的表面积为 $4\pi R^2=20\pi$.



如图，易证 $A_1D\parallel B_1C$，则异面直线 A_1D 与 BC_1 所成的角为 B_1C 与 BC_1 所成的角. 设 $B_1C\cap BC_1=O$，则 $OB_1=OC_1=\frac{\sqrt{2^2+(2\sqrt{3})^2}}{2}=2=B_1C_1$，所以$\triangle OB_1C_1$ 为正三角形，所以异面直线 A_1D 与 BC_1 所成的角为 $60°$.

11. BC　由 $f(x)=(x^2+x+2)e^x$，得 $f'(x)=(x^2+3x+3)e^x>0$ 恒成立，则 $f(x)$无极值，A 不正确. 由 $f(x)=x^2e^x$，得 $f'(x)=(x^2+2x)e^x$，当 $x\in(-\infty,-2)\cup(0,+\infty)$时，$f'(x)>0$，当 $x\in(-2,0)$时，$f'(x)<0$，则 $f(x)$在$(-\infty,-2)$和$(0,+\infty)$上单调递增，在$(-2,0)$上单调递减，$f(x)$有两个极值点，B 正确. 由 $f(x)=\frac{x^2+x}{e^x}$，得 $f'(x)=\frac{-x^2+x+1}{e^x}$，当 $x\in\left(-\infty,\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)\cup\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2},+\infty\right)$时，$f'(x)<0$，当 $x\in\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2},\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$时，$f'(x)>0$，则 $f(x)$在$\left(-\infty,\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)$和$\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2},+\infty\right)$上单调递减，在$\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2},\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$上单调递增，$f(x)$有两个极值点，C 正确. 由 $f(x)=\frac{x}{e^x}$，得 $f'(x)=\frac{1-x}{e^x}$，当 $x\in(-\infty,1)$时，$f'(x)>0$，$f(x)$单调递增，当 $x\in(1,+\infty)$时，$f'(x)<0$，$f(x)$单调递减，$f(x)$有且只有一个极值点，D 不正确.

12. AC　令 $x=y=1$，得 $f(1)=0$，A 正确. 令 $x=y=-1$，得 $f(-1)=0$. 令 $y=-1$，得 $f(-x)=-f(x)+\frac{f(-1)}{x}=-f(x)$，则 $f(x)$为奇函数，C 正确.

由 $f(xy)=\frac{f(x)}{y}+\frac{f(y)}{x}$，可得 $xyf(xy)=xf(x)+yf(y)$. 当 $x>0$ 时，可设 $xf(x)=\ln x$，则 $f(x)=\begin{cases}\frac{\ln x}{x},x>0,\\ \frac{\ln(-x)}{x},x<0.\end{cases}$ 当 $x>0$ 时，$f(x)=\frac{\ln x}{x}$，$f'(x)=\frac{1-\ln x}{x^2}$，当 $x\in(0,e)$时，$f'(x)>0$，当 $x\in(e,+\infty)$时，$f'(x)<0$，所以 $f(x)$在$(0,e)$上单调递增，在$(e,+\infty)$上单调递减，此时 $f(x)$有极值点，D 错误.

$f(2)$的值不确定，B 错误.

13. 3　因为 $l\parallel n$，所以 $a(a-2)-3=(a-3)(a+1)=0$，所以 $a=3$ 或 $a=-1$. 当 $a=3$ 时，符合题意；当 $a=-1$ 时，两直线重合.

14. 1120　由 $2^n=256$，得 $n=8$. $(2x^{-2}-x^3)^8$ 展开式的通项 $T_{r+1}=C_8^r(2x^{-2})^{8-r}(-x^3)^r=C_8^r2^{8-r}(-1)^rx^{5r-16}$. 令 $5r-16=4$，得 $r=4$，所以展开式中含 x^4 的项为 $T_5=C_8^42^4x^4=1120x^4$.

15. $\sqrt{39}$　圆 C 的圆心为 $C(2,-3)$，半径为 5. 因为 $PM\perp CM$，所以 $|PM|=\sqrt{|PC|^2-|CM|^2}=\sqrt{|PC|^2-25}$，所以当 $PC\perp l$ 时，$|PM|$ 取得最小值. 因为圆心 $C(2,-3)$ 到直线 l 的距离 $d=\frac{|4\times2-3\times(-3)+23|}{\sqrt{4^2+3^2}}=8$，所以 $|PM|$ 的最小值为 $\sqrt{8^2-25}=\sqrt{39}$.

16. $\frac{19}{2}$　因为 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=\frac{\pi}{3}$ 对称，所以 $\frac{\pi\omega}{3}+\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbf{Z}$，解得 $\omega=\frac{1}{2}+3k,k\in\mathbf{Z}$. 因为 $f(x)$ 在 $(\frac{\pi}{36},\frac{\pi}{9})$ 上单调，所以 $\frac{\pi}{9}-\frac{\pi}{36}=\frac{\pi}{12}\leqslant\frac{T}{2}$，即 $T=\frac{2\pi}{|\omega|}\geqslant\frac{\pi}{6}$，解得 $|\omega|\leqslant12$. 当 $\omega=\frac{19}{2}$ 时，$f(x)=\sin(\frac{19x}{2}+\frac{\pi}{3})$. 当 $x\in(\frac{\pi}{36},\frac{\pi}{9})$ 时，$\frac{19x}{2}+\frac{\pi}{3}\in(\frac{43\pi}{72},\frac{25\pi}{18})$，所以当 $x\in(\frac{\pi}{36},\frac{\pi}{9})$ 时，$f(x)$ 单调递减. 故 ω 的最大值为 $\frac{19}{2}$.

17. 解：(1) 因为 $\sqrt{2}a\sin C-c=0$，所以 $\sqrt{2}\sin A\sin C-\sin C=0$. ………… 2 分

因为 $\sin C\neq0$，所以 $\sin A=\frac{\sqrt{2}}{2}$. ………… 3 分

因为 $\triangle ABC$ 为锐角三角形，所以 $A=\frac{\pi}{4}$. ………… 5 分

(2) 因为 $A=\frac{\pi}{4}$，所以 $B+C=\frac{3\pi}{4}$. ………… 6 分

因为 $\triangle ABC$ 为锐角三角形，所以 $\begin{cases}0<B<\frac{\pi}{2},\\0<\frac{3\pi}{4}-B<\frac{\pi}{2},\end{cases}$ 得 $\frac{\pi}{4}<B<\frac{\pi}{2}$. ………… 8 分

因为 $2\sqrt{2}\sin B-2\sin C=2\sqrt{2}\sin B-2\sin(A+B)=\sqrt{2}\sin B-\sqrt{2}\cos B=2\sin(B-\frac{\pi}{4})$，

且 $\sin(B-\frac{\pi}{4})\in(0,\frac{\sqrt{2}}{2})$，所以 $2\sqrt{2}\sin B-2\sin C\in(0,\sqrt{2})$. ………… 10 分

18. (1) 解：因为 $\frac{1}{a_3},\frac{1}{a_7},\frac{1}{a_{15}}$ 成等比数列，所以 $\frac{1}{a_7^2}=\frac{1}{a_3}\cdot\frac{1}{a_{15}}$，即 $a_7^2=a_3a_{15}$. ………… 2 分

设 $\{a_n\}$ 的公差为 d，因为 $a_1=4$，所以 $(4+6d)^2=(4+2d)(4+14d)$，即 $d^2-2d=0$. … 4 分

因为 $d\neq0$，所以 $d=2$，………… 5 分

所以 $a_n=2n+2,S_n=n^2+3n$. ………… 6 分

(2) 证明：因为 $\frac{1}{S_n}=\frac{1}{n^2+3n}=\frac{1}{3}(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+3})$，………… 9 分

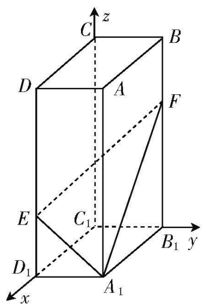
所以 $T_n=\frac{1}{S_1}+\frac{1}{S_2}+\frac{1}{S_3}+\cdots+\frac{1}{S_n}$

$=\frac{1}{3}(1-\frac{1}{4})+\frac{1}{3}(\frac{1}{2}-\frac{1}{5})+\frac{1}{3}(\frac{1}{3}-\frac{1}{6})+\cdots+\frac{1}{3}(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+3})$

$=\frac{1}{3}(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2}-\frac{1}{n+3})=\frac{11}{18}-\frac{1}{3n+3}-\frac{1}{3n+6}-\frac{1}{3n+9}$. ………………… 11 分

因为$\frac{1}{3n+3}>0,\frac{1}{3n+6}>0,\frac{1}{3n+9}>0$,所以 $T_n<\frac{11}{18}$. ………………………………… 12 分

19. 解:以 C_1 为坐标原点,C_1D_1,C_1B_1,C_1C 所在直线分别为 x,y,z 轴,建立如图所示的空间直角坐标系, ………………………………………………… 1 分



则 $A_1(2,1,0),E(2,0,1),F(0,1,2)$,所以$\overrightarrow{A_1E}=(0,-1,1),\overrightarrow{EF}=(-2,1,1)$. ……………………………………………………………………………… 3 分

(1)证明:因为$\overrightarrow{A_1E}\cdot\overrightarrow{EF}=0$,所以 $EF\perp A_1E$. …………………………… 5 分

(2)设平面 A_1EF 的法向量为 $\boldsymbol{m}=(x,y,z)$,则$\begin{cases}\overrightarrow{A_1E}\cdot\boldsymbol{m}=0,\\ \overrightarrow{EF}\cdot\boldsymbol{m}=0,\end{cases}$

即$\begin{cases}-y+z=0,\\ -2x+y+z=0,\end{cases}$不妨取 $z=1$,则 $\boldsymbol{m}=(1,1,1)$. ………………………………………… 7 分

易得 $C_1C\perp$平面 $ABCD$,所以$\overrightarrow{C_1C}$是平面 $ABCD$ 的一个法向量,且$\overrightarrow{C_1C}=(0,0,3)$. …… 9 分

$\cos\langle\boldsymbol{m},\overrightarrow{C_1C}\rangle=\frac{\boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{C_1C}}{|\boldsymbol{m}||\overrightarrow{C_1C}|}=\frac{\sqrt{3}}{3}$. ………………………………………………………… 11 分

故平面 A_1EF 与平面 $ABCD$ 的夹角的余弦值为$\frac{\sqrt{3}}{3}$. ………………………………………… 12 分

20. 解:(1)设点 $P(x,y)$,由$|PB|=2|PA|$,得$\sqrt{(x-4)^2+y^2}=2\sqrt{(x+2)^2+y^2}$,

所以 $x^2+y^2+8x=0$,即曲线 C 的方程为$(x+4)^2+y^2=16$. ………………………………… 4 分

(2)当过点 A 的两条直线中有一条直线的斜率不存在时,另一条直线的斜率为 0,不妨设 $|EF|=8,|PQ|=4\sqrt{3}$,则 $S_{PFQE}=\frac{1}{2}EF\cdot PQ=16\sqrt{3}$; …………………………………… 5 分

当两条直线的斜率都存在时,设直线 EF,PQ 的方程分别为 $y=k(x+2)$和 $y=-\frac{1}{k}(x+2)$,

……………………………………………………………………………………………………… 6 分

圆心 $C(-4,0)$到直线 EF 的距离 $d=\frac{|2k|}{\sqrt{k^2+1}}$, ………………………………………………… 7 分

所以$|EF|=2\sqrt{16-\frac{4k^2}{k^2+1}}$,同理可得$|PQ|=2\sqrt{16-\frac{4}{k^2+1}}$, ……………………………… 9 分

所以 $S_{PFQE}=\frac{1}{2}EF\cdot PQ=8\sqrt{(4-\frac{k^2}{k^2+1})(4-\frac{1}{k^2+1})}=8\sqrt{(3+\frac{1}{k^2+1})(4-\frac{1}{k^2+1})}$. ……

………………………………………………………………………………………………… 10 分

令 $t=\frac{1}{k^2+1}\in(0,1)$,则 $S_{PFQE}=8\sqrt{(3+t)(4-t)}=8\sqrt{-(t-\frac{1}{2})^2+\frac{49}{4}}\leqslant 28$,

所以$(S_{PFQE})_{\max}=28$,即四边形 $PFQE$ 面积的最大值为 28. ······························ 12 分

21. (1)证明:$f'(x)=e^x-\sin x-x^2-1$,要证 $f(x)<f'(x)$,

只需证 $e^x+\cos x-\frac{1}{3}x^3-x<e^x-\sin x-x^2-1$, ······································ 1 分

即证$\sqrt{2}\sin(x+\frac{\pi}{4})<\frac{1}{3}x^3-x^2+x-1$. ·· 2 分

设函数 $m(x)=\frac{1}{3}x^3-x^2+x-1(x\geqslant 3)$,则 $m'(x)=(x-1)^2\geqslant 0$,则 $m(x)$在$[3,+\infty)$上单调递增, ·· 3 分

则 $m(x)\geqslant m(3)=2>\sqrt{2}\geqslant\sqrt{2}\sin(x+\frac{\pi}{4})$, ·· 4 分

所以当 $x\in[3,+\infty)$时,$\sqrt{2}\sin(x+\frac{\pi}{4})<\frac{1}{3}x^3-x^2+x-1$ 得证,

从而当 $x\in[3,+\infty)$时,$f(x)<f'(x)$得证. ·· 5 分

(2)解:$f'(x)$的导数 $f''(x)=e^x-\cos x-2x$. 令函数 $g(x)=e^x-\cos x-2x$,则 $g'(x)=e^x+\sin x-2$,当 $x\leqslant 0$ 时,$g'(x)<0$. ·· 6 分

$g'(x)$的导数 $g''(x)=e^x+\cos x$,当 $x>0$ 时,$g''(x)>0$,则 $g'(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增.

·· 7 分

因为 $g'(0)=-1$,$g'(1)=e-2+\sin 1>0$,所以$\exists x_0\in(0,1)$,$g'(x_0)=0$. ··············· 8 分

所以当 $x<x_0$ 时,$g'(x)<0$,$g(x)$单调递减;当 $x>x_0$ 时,$g'(x)>0$,$g(x)$单调递增. ······

·· 9 分

又 $g(0)=0$,所以当 $x\in(-\infty,0)$时,$g(x)>0$,当 $x\in(0,x_0)$时,$g(x)<0$, ··········· 10 分

所以 $f'(x)$在$(-\infty,0)$上单调递增,在$(0,x_0)$上单调递减,

当 $x\in(-\infty,x_0)$时,$f'(x)\leqslant f'(0)=0$, ·· 11 分

所以 $x=0$ 不是 $f(x)$的极值点. ·· 12 分

22. 解:(1)这 4 颗麦穗的位置从第 1 颗到第 4 颗排序,有 $A_4^4=24$ 种情况. ····················· 1 分

要摘到那颗最大的麦穗,有以下两种情况:

①最大的麦穗是第 3 颗,其他的麦穗随意在哪个位置,有 $A_3^3=6$ 种情况. ·················· 2 分

②最大的麦穗是最后 1 颗,第二大的麦穗是第 1 颗或第 2 颗,其他的麦穗随意在哪个位置,有 $2A_2^2=4$ 种情况. ·· 3 分

故所求概率为$\frac{6+4}{24}=\frac{5}{12}$. ·· 4 分

(2)记事件 A 表示最大的麦穗被摘到,事件 B_j 表示最大的麦穗在麦穗中排在第 j 颗.

因为最大的那颗麦穗出现在各个位置上的概率相等,所以 $P(B_j)=\frac{1}{n}$.

以给定所在位置的序号作为条件,$P(A)=\sum\limits_{j=1}^{n}P(A|B_j)P(B_j)=\frac{1}{n}\sum\limits_{j=1}^{n}P(A|B_j)$. ········ 6 分

当 $1\leqslant j\leqslant k$ 时，最大的麦穗在前 k 颗麦穗之中，不会被摘到，此时 $P(A|B_j)=0$. ········ 7 分

当 $k+1\leqslant j\leqslant n$ 时，最大的麦穗被摘到，当且仅当前 $j-1$ 颗麦穗中的最大的一颗在前 k 颗麦穗中，此时 $P(A|B_j)=\frac{k}{j-1}$. ········ 9 分

由全概率公式知 $P(A)=\frac{1}{n}\sum\limits_{j=k+1}^{n}\frac{k}{j-1}=\frac{k}{n}\sum\limits_{j=k}^{n-1}\frac{1}{j}=\frac{k}{n}\ln\frac{n}{k}$. ········ 10 分

令函数 $g(x)=\frac{x}{n}\ln\frac{n}{x}(x>0)$，$g'(x)=\frac{1}{n}\ln\frac{n}{x}-\frac{1}{n}$.

当 $x\in(0,\frac{n}{\mathrm{e}})$ 时，$g'(x)>0$，当 $x\in(\frac{n}{\mathrm{e}},n)$ 时，$g'(x)<0$，所以 $g(x)$ 在 $(0,\frac{n}{\mathrm{e}})$ 上单调递增，在 $(\frac{n}{\mathrm{e}},n)$ 上单调递减. 所以 $g(x)_{\max}=g(\frac{n}{\mathrm{e}})=\frac{1}{\mathrm{e}}$.

所以当 $k=\frac{n}{\mathrm{e}}$，$P(A)=\frac{k}{n}\ln\frac{n}{k}$ 时，取得最大值，最大值为 $\frac{1}{\mathrm{e}}$，此时 $t=\frac{1}{\mathrm{e}}$，

即 P 的最大值为 $\frac{1}{\mathrm{e}}$，此时 t 的值为 $\frac{1}{\mathrm{e}}$. ········ 12 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。