



7. 若函数  $f(x)=x^3+4$  与  $g(x)=x^2-2x$  图象的交点为  $A$ , 则曲线  $y=f(x)$  在点  $A$  处的切线与坐标轴围成的三角形的面积为

- A. 4                      B. 6                      C.  $\frac{2}{3}$                       D.  $\frac{8}{3}$

8. 在正三棱台  $ABC-A_1B_1C_1$  中,  $AB=2, A_1B_1=4$ , 二面角  $A-A_1B_1-C_1$  为  $60^\circ$ , 则该三棱台的体积为

- A.  $2\sqrt{3}$                       B.  $\frac{7\sqrt{3}}{3}$                       C.  $\frac{7\sqrt{6}}{3}$                       D.  $\frac{8\sqrt{3}}{3}$

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 已知半径为  $\sqrt{10}$  的圆  $C$  的圆心在直线  $x+4y=0$  上, 且圆  $C$  与直线  $3x-y-3=0$  相切, 则圆  $C$  的圆心坐标可能为

- A.  $(4, -1)$                       B.  $(-4, 1)$                       C.  $(-\frac{28}{13}, \frac{7}{13})$                       D.  $(\frac{28}{13}, -\frac{7}{13})$

10. 若三个不同的平面  $\alpha, \beta, \gamma$  两两相交, 且  $\alpha \cap \beta = l_1, \alpha \cap \gamma = l_2, \beta \cap \gamma = l_3$ , 则交线  $l_1, l_2, l_3$  的位置关系可能是

- A. 重合                                      B. 相交于一点  
C. 两两平行                                      D. 恰有两条交线平行

11. 已知平行四边形  $ABCD$  的面积为 4,  $\cos \angle BAD = -\frac{3}{5}$ , 且  $\overrightarrow{DE} = 3\overrightarrow{EC}, \overrightarrow{BF} = -2\overrightarrow{FC}$ , 则

- A.  $\frac{1}{|\overrightarrow{AB}|} + \frac{5}{|\overrightarrow{AD}|}$  的最小值为 2  
B. 当  $\overrightarrow{AB}$  在  $\overrightarrow{AD}$  上的投影向量为  $-\overrightarrow{AD}$  时,  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{14}{3}$   
C.  $\overrightarrow{EA} \cdot \overrightarrow{FA}$  的最小值为  $5\sqrt{6} - \frac{15}{2}$   
D. 当  $\overrightarrow{AB}$  在  $\overrightarrow{AD}$  上的投影向量为  $-\overrightarrow{AD}$  时,  $\overrightarrow{EA} \cdot \overrightarrow{FA} = \frac{19}{4}$

12. 已知函数  $f(x)$  的定义域为  $\mathbf{R}$ , 函数  $f(x^2+x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的奇函数, 函数  $g(x) = f(x^2 - \frac{1}{4})$ , 则必有

- A.  $g(\frac{1}{2}) = 0$                                       B.  $f(2) = 0$   
C.  $f(4) = 0$                                       D.  $g(x+1) = -g(x)$

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 若  $\cos \theta \cos 2\theta - \sin \theta \sin 2\theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \theta \in (-\frac{\pi}{3}, 0)$ , 则  $\theta =$  ▲.

14. 已知椭圆的周长  $l = 2\pi b + 4(a-b)$ , 其中  $a, b$  分别为椭圆的长半轴长与短半轴长. 现有如图所示的椭圆形镜子, 其外轮廓是椭圆, 且该椭圆的离心率为  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ , 长轴长为 82 cm, 则这面镜子的外轮廓的周长约为      cm. (取  $\pi = 3.14$ , 结果精确到整数)



考直通车

15. 某中学高一、高二、高三的学生人数比例为  $4:3:3$ , 假设该中学高一、高二、高三的学生阅读完《红楼梦》的概率分别为  $0.2, 0.25, p (0 < p < 1)$ , 若从该中学三个年级的学生中随机选取 1 名学生, 则这名学生阅读完《红楼梦》的概率不大于  $0.233$ , 已知该中学高三的学生阅读完《红楼梦》的概率不低于高一的学生阅读完《红楼梦》的概率, 则  $p$  的取值范围是  $\underline{\hspace{2cm}} \blacktriangle$
16. 若  $m$  为正整数, 记集合  $A = \{n | n^2 - 2mn + 4 \leq 0\}$  中的整数元素个数为  $b_m$ , 则数列  $\{b_m\}$  的前 62 项和为  $\underline{\hspace{2cm}} \blacktriangle$ .

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

已知某超市销售的袋装食用盐的质量  $X$  (单位: g) 服从正态分布  $N(\mu, \sigma^2)$ , 且  $P(X < 249) = 0.15$ . 某次该超市称量了 120 袋食用盐, 其总质量为 30 kg,  $\mu$  的值恰好等于这 120 袋食用盐每袋的平均质量 (单位: g).

- (1) 若从该超市销售的袋装食用盐中随机选取 2 袋, 设这 2 袋中质量不小于 250 g 的袋数为  $Z$ , 求  $Z$  的分布列;
- (2) 若从该超市销售的袋装食用盐中随机选取  $K$  ( $K$  为正整数) 袋, 记质量在 249 g ~ 251 g 的袋数为  $Y$ , 求满足  $D(Y) < 42$  的  $K$  的最大值.

18. (12 分)

在平面四边形  $ABCD$  中,  $AC$  平分  $\angle BAD$ ,  $BC = CD$ .

- (1) 证明:  $\angle ABC$  与  $\angle ADC$  相等或互补.
- (2) 若  $AB = 3, BC = 2, DA = 1$ , 求  $\triangle ABC$  内切圆的半径.

19. (12 分)

在数列  $\{a_n\}$  中,  $a_1 = \frac{1}{2}$  且  $2^{n+1}(a_{n+1} - a_n - 1) = n - 1$ .

(1) 证明:  $\{a_n + \frac{n}{2^n}\}$  是等差数列.

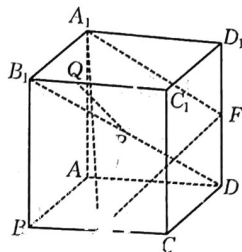
(2) 设  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 证明:  $S_n > \frac{n^2 + n - 4}{2}$ .

20. (12分)

在棱长为 2 的正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中,  $E, F$  分别是棱  $BC, DD_1$  的中点, 直线  $B_1D$  与平面  $A_1EF$  交于点  $P$ .

(1) 求  $B_1P$  的长;

(2) 若  $\overrightarrow{B_1Q} = \frac{3}{10}\overrightarrow{B_1C_1}$ , 求直线  $PQ$  与平面  $A_1EF$  所成角的正弦值.



21. (12分)

在平面直角坐标系中,  $K_1(-4, 0), K_2(4, 0)$ , 动点  $D$  满足  $|DK_2| - |DK_1| = 6$ , 点  $D$  的轨迹记为曲线  $C$ .

(1) 求  $C$  的方程.

(2) 已知  $A(-3, 0), B(3, 0)$ , 过点  $(-4, 0)$  的直线  $l$  (斜率存在且斜率不为 0) 与  $C$  交于  $M, N$  两点, 直线  $AM$  与  $BN$  交于点  $P$ , 若  $Q$  为圆  $(x-4)^2 + (y-5)^2 = \frac{9}{16}$  上的动点, 试问  $|PQ|$  是否存在最小值? 若存在, 求出最小值; 若不存在, 请说明理由.

22. (12分)

已知函数  $f(x) = e^x - \frac{1}{2}x^2 - a \ln(x+1)$ .

(1) 证明: 当  $a \leq 1$  时,  $f(x) \geq 1$  对  $x \in [0, +\infty)$  恒成立.

(2) 若存在  $x_1, x_2 (x_1 \neq x_2)$ , 使得  $f(x_1) = f(x_2)$ , 比较  $(x_1+1)(x_2+1)$  与  $e^{\frac{2a}{e}}$  的大小, 并说明理由.

密封线内不要答题



高考直通车


## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线