



合肥一中 2024 届高三上学期期末质量检测卷

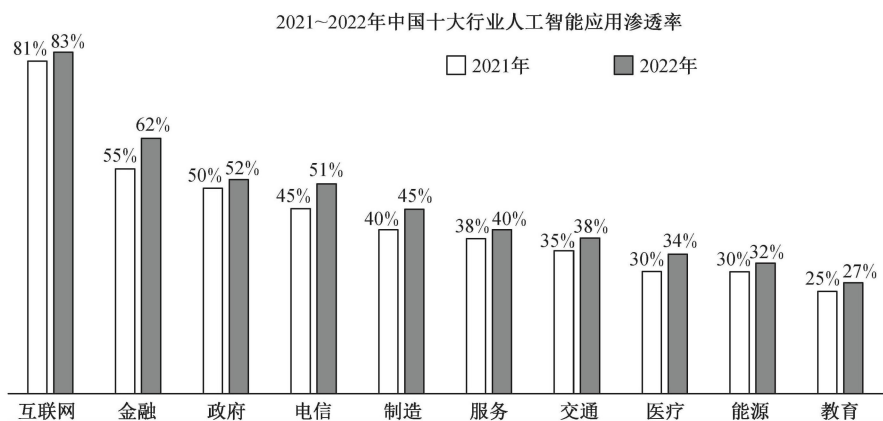
数 学

考生注意：

1. 本试卷分选择题和非选择题两部分。满分 150 分，考试时间 120 分钟。
2. 答题前，考生务必用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔将密封线内项目填写清楚。
3. 考生作答时，请将答案答在答题卡上。选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；非选择题请用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答，**超出答题区域书写的答案无效，在试题卷、草稿纸上作答无效。**
4. 本卷命题范围：高考范围。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 若复数 $\frac{3+ai}{2-i}$ 的实部与虚部相等，则实数 a 的值为
A. 1 B. 3 C. -1 D. -3
2. 已知集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{x | a < x < a^2\}$, 若 $A \subseteq B$, 则实数 a 的取值范围是
A. $(-\infty, -\sqrt{3}]$ B. $(-\infty, -\sqrt{3})$
C. $(-\sqrt{3}, 1)$ D. $(-\infty, -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}, +\infty)$
3. 如图为 2021~2022 年中国十大行业人工智能应用渗透率，则下列说法错误的是



- A. 2021 年与 2022 年人工智能应用渗透率最低的行业都是教育
- B. 与 2021 年相比，2022 年人工智能应用渗透率增长最快的是金融行业
- C. 2021 年十大行业人工智能应用渗透率的极差为 56%
- D. 2022 年十大行业人工智能应用渗透率的中位数是 42.5%

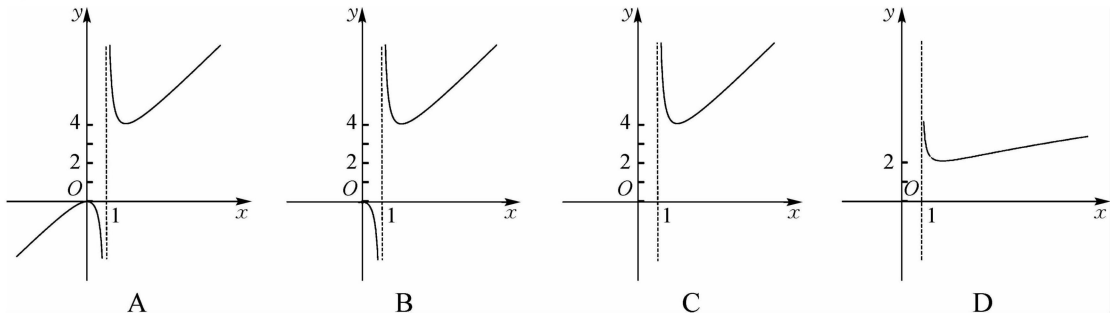
4. 求值: $2\sin 80^\circ \cos 20^\circ - \frac{\sin 20^\circ}{2\sin 10^\circ} =$

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. 1 D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

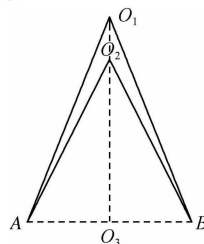
5. 已知抛物线 $C_1: y^2 = 4x$ 与抛物线 $C_2: x^2 = 4y$, 则

- A. 过 C_1 与 C_2 焦点的直线方程为 $x + y = 4$
 B. C_1 与 C_2 只有 1 个公共点
 C. 与 x 轴平行的直线与 C_1 及 C_2 最多有 3 个交点
 D. 不存在直线与 C_1 和 C_2 都相切

6. 若将 $\ln y = \ln x + \ln(y-x)$ 确定的两个变量 y 与 x 之间的关系看成 $y = f(x)$, 则函数 $y = f(x)$ 的图象大致为



7. 中国古建筑的屋檐下常系挂风铃, 风吹铃动, 悦耳清脆, 亦称惊鸟铃. 若一个惊鸟铃由铜铸造而成, 且可近似看作由一个较大的圆锥挖去一个较小的圆锥, 两圆锥的轴在同一条直线上, 截面图如下, 其中 $O_1O_3 = 20$ cm, $O_1O_2 = 2$ cm, $AB = 16$ cm, 若不考虑铃舌, 则下列数据比较接近该惊鸟铃质量的是(参考数据: $\pi \approx 3$, 铜的密度为 8.96 g/cm³)



- A. 1 kg B. 2 kg C. 3 kg D. 0.5 kg

8. 若数列 $\{a_n\}$ 满足: 当 $\frac{k^2 - k + 2}{2} \leq n \leq \frac{k^2 + k}{2}$ 时, $a_n = 2^k \left(1 + \frac{2}{k}\right)$ ($k \in \mathbf{N}^*$), 则数列 $\{a_n\}$ 的前 28 项和为

- A. 2 048 B. 2 046 C. 4 608 D. 4 606

二、选择题: 本题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 6 分, 部分选对的得部分分, 有选错的得 0 分.

9. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , P 是 C 上一点, 则

- A. $|PF_1| + |PF_2| - |F_1F_2| = 4 - \sqrt{3}$ B. $|PF_1| \cdot |PF_2|$ 的最大值为 8
 C. $|\overrightarrow{PF_1} + \overrightarrow{PF_2}|$ 的取值范围是 $[2, 4]$ D. $\overrightarrow{PF_1} \cdot \overrightarrow{PF_2}$ 的取值范围是 $[-2, 1]$

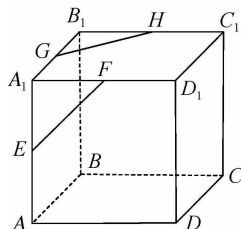
10. 已知 A, B 是随机事件, 若 $P(A+B) = 1$ 且 $P(A\bar{B}) = P(\bar{A}B) = \frac{1}{4}$, 则

- A. $P(A) = P(B)$ B. A, B 相互独立 C. $P(A) = \frac{3}{4}$ D. $P(B|A) = \frac{2}{3}$

11. 已知点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2) (x_1 \neq x_2)$ 是函数 $f(x) = ax + \sin 3x (a \in \mathbf{R})$ 图象上两点, 则
- A. 对任意点 A , 存在无数个点 B , 使得曲线 $y = f(x)$ 在点 A, B 处的切线倾斜角相等
- B. 若存在点 A, B , 使得曲线 $y = f(x)$ 在点 A, B 处的切线垂直, 则 $-2\sqrt{2} \leq a \leq 2\sqrt{2}$
- C. 若对于任意点 A, B , 直线 AB 的斜率恒小于 1, 则 a 的取值范围是 $(-\infty, -2)$
- D. 若 $x_1 x_2 \neq 0$ 且曲线 $y = f(x)$ 在点 A, B 处的切线都过原点, 则 $\frac{\tan 3x_1 - \tan 3x_2}{x_1 - x_2} = 3$

三、填空题: 本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分。

12. $\frac{(2x-y)^6}{x^2 y^3}$ 的展开式中 x 的系数为 _____.
13. 已知函数 $f(x) = \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{6}\right) (\omega > 0)$, 对任意的 $x \in \mathbf{R}$, 都有 $f(x + \pi) = f(-x)$, 且 $f(x)$ 在区间 $\left(-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{12}\right)$ 上单调, 则 ω 的值为 _____.
14. 如图, 已知正方体 $ABCD - A_1 B_1 C_1 D_1$ 的棱长为 2, 点 E, F, G, H 分别为棱 $AA_1, A_1 D_1, A_1 B_1, B_1 C_1$ 的中点, 且点 E, F, G, H 都在球 O 的表面上, 点 P 是球 O 表面上的动点, 当点 P 到平面 $ADD_1 A_1$ 的距离最大时, 异面直线 PE 与 GH 所成角的余弦值的平方为 _____.



四、解答题: 本题共 5 小题, 共 77 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

15. (本小题满分 13 分)
- 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , $\sin^2 B + \sin^2 C = \sin^2 A + \sin B \sin C$.
- (1) 若 $\triangle ABC$ 的面积 $S = 2\sqrt{3}$, $b + c = 6$, 求 a 的值;
- (2) 若函数 $f(x) = 3x^2 - 4x - \frac{\ln x}{\cos A} + 1$ 在区间 $(0, t)$ 上有零点, 求 t 的取值范围.

16. (本小题满分 15 分)
- 我国一科技公司生产的手机前几年的零部件严重依赖进口, 2019 年某大国对其实施限制性策略, 该公司启动零部件国产替代计划, 与国内产业链上下游企业开展深度合作, 共同推动产业发展. 2023 年 9 月该公司最新发布的人工智能手机零部件本土制造比例达到了 90%, 该公司与一零部件制造公司合作生产某手机零部件, 为提高零部件质量, 该公司通过资金扶持与技术扶持, 帮助制造公司提高产品质量和竞争力, 同时派本公司技术人员进厂指导, 并每天随机从生产线上抽取一批零件进行质量检测. 下面是某天从生产线上抽取的 10 个零部件的质量分数(总分 1 000 分, 分数越高质量越好): 928, 933, 945, 950, 959, 967, 967, 975, 982, 994. 假设该生产线生产的零部件的质量分数 X 近似服从正态分布 $N(\mu, 20^2)$, 并把这 10 个样本质量分数的平均数 \bar{x} 作为 μ 的值.
- 参考数据: 若 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 则 $P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) \approx 0.68$.

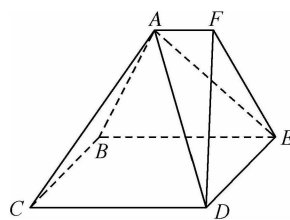
- (1)求 μ 的值;
 (2)估计该生产线上生产的 1 000 个零部件中,有多少个零部件的质量分数低于 940?
 (3)若从该生产线上随机抽取 n 个零件中恰有 ξ 个零部件的质量分数在 $[940, 980]$ 内,则 n 为何值时, $P(\xi=10)$ 的值最大?

17. (本小题满分 15 分)

如图,多面体 $ABCDEF$ 是由一个正四棱锥 $A-BCDE$ 与一个三棱锥 $F-ADE$ 拼接而成,正四棱锥 $A-BCDE$ 的所有棱长均为 $3\sqrt{2}$, $AF \parallel CD$.

(1)在棱 DE 上找一点 G ,使得平面 $ABC \perp$ 平面 AFG ,并证明你的结论;

(2)若 $AF = \sqrt{2}$,求直线 DF 与平面 ABC 所成角的正弦值.



18. (本小题满分 17 分)

已知双曲线 $C_1: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的一条渐近线与双曲线 $C_2: \frac{x^2}{4} - y^2 = 1$ 的一条渐近线垂直,且 C_1 的一个焦点到 C_2 的一条渐近线的距离为 2.

(1)求 C_1 的方程;

(2)若 C_1 上任意一点 A 关于直线 $y=x$ 的对称点为 A' ,过 A' 分别作 C_2 的两条渐近线的平行线,与 C_2 分别交于 P, Q ,求证: $|A'P| \cdot |A'Q|$ 为定值.

19. (本小题满分 17 分)

同余定理是数论中的重要内容.同余的定义为:设 $a, b \in \mathbf{Z}, m \in \mathbf{N}^*$ 且 $m > 1$.若 $m | a - b$ 则称 a 与 b 关于模 m 同余,记作 $a \equiv b \pmod{m}$ (“ \equiv ”为整除符号).

(1)解同余方程 $x^2 - x \equiv 0 \pmod{3}$;

(2)设(1)中方程的所有正根构成数列 $\{a_n\}$,其中 $a_1 < a_2 < a_3 < \dots < a_n$.

①若 $b_n = a_{n+1} - a_n (n \in \mathbf{N}^*)$,数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,求 S_{2024} ;

②若 $c_n = \tan a_{2n+1} \cdot \tan a_{2n-1} (n \in \mathbf{N}^*)$,求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

