哈师大附中2021级高三第三次调研考试

数学试题

（满分150分，考试时间120分钟）

一、选择题（共8个小题，每题只有一个选项，每题5分，满分40分）

1. 已知复数$z=2-\mathrm{i}$，则$z\left(\bar{z}-\mathrm{i}\right)$的虚部为（　　）

A. -2　　B. -1　　C. 6　　D. 2

2. 下列函数中，在定义域上既是奇函数又是减函数的为（　　）

A. $y=\sin x+1$　　B. $y=\frac{1}{x}$

C. $y=-3x\left(x\in[-1,2]\right)$　　D. $y=-x|x|$

3. 设a，b是两条不同的直线，α，β是两个不同的平面，则下列命题正确的是（　　）

A. 若$\alpha//\beta$，$a\subset\alpha$，$b\subset\beta$，则$\boldsymbol{a}//\boldsymbol{b}$

B. $\boldsymbol{a}//\boldsymbol{b}$，$a\perp c$则$b\perp c$

C. 若$\alpha\perp\beta$，$a\subset\alpha$，$b\subset\beta$，则$\vec{a}\perp\vec{b}$

D. 若$\alpha\cap\beta=a$，$b//a$，则$b//\alpha$

4. 在数列$\{a_n\}$中，若$a_1=1$，$a_2=2$，$a_{n+2}=a_{n+1}-a_n$，则$a_{2024}=$（　　）

A. -1　　B. -2　　C. 2　　D. 1

5. 已知向量$\vec{a}$，$\vec{b}$的夹角为$\frac{\pi}{3}$，且$|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=2$，则向量$\vec{a}$在向量$\vec{b}$上的投影向量为（　　）

A. $\vec{b}$　　B. $\frac{1}{2}\vec{b}$　　C. $\frac{1}{3}\vec{b}$　　D. $\frac{1}{4}\vec{b}$

6. 已知两个非零向量$\vec{a}$与$\vec{b}$，定义$|\vec{a}\times\vec{b}|=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\sin\theta$，其中$\theta$为$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角，若$\vec{a}=(-2,3)$，$\vec{b}=(1,1)$，则$|\vec{a}\times\vec{b}|$的值为（　　）

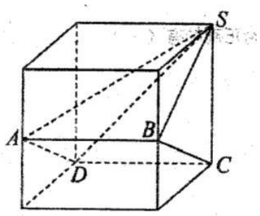
A. 5　　B. 7　　C. 2　　D. $\sqrt{26}$

7. 已知正项等比数列$\{a_n\}$中，$a_3a_{2022}=4$，则$\log_2 a_1+\log_2 a_2+\cdots+\log_2 a_{2024}=$（　　）

A. 1012　　B. 2024　　C. 2^{1012}　　D. 2^{2024}

8. 如图正方体的棱长为1，A，B分别为所在棱的中点，则四棱锥$S-ABCD$的外接球的表面积为（　　）

1
官方微信公众号：zizzsw　　咨询热线：010-5601 9830
官方网站：www.zizzs.com　　微信客服：zizzs2018



A. 16π　　B. 32π　　C. $\frac{41}{16}\pi$　　D. $\frac{41}{4}\pi$

二、多选题（共 4 个小题，每题不只有一个选项，每题 5 分，满分 20 分）

9. 已知向量$\vec{a}=(1,-1)$，$\vec{b}=(-2,n)$，则下列说法正确的是（　　）

A. 若$n=1$，则$|\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{13}$

B. 若$\vec{a}//\vec{b}$，则$n=2$

C. “$n>-2$”是“$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为钝角”的充要条件

D. 若$(\vec{a}+\vec{b})\perp\vec{a}$，则$n=0$

10. 已知S_n是等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和，且$a_7>0$，$a_5+a_{10}<0$，则下列选项正确的是（　　）

A. 数列$\{a_n\}$为递减数列　　B. $a_8<0$

C. S_n的最大值为S_7　　D. $S_{14}>0$

11. 南宋数学家秦九韶在《数书九章》中提出“三斜求积术”，即以小斜幂，并大斜幂，减中斜幂，余半之，自乘于上：以小斜幂乘大斜幂，减上，余四约之，为实：一为从隅，开平方得积可用公式 $S=\sqrt{\frac{1}{4}\left[c^2a^2-\left(\frac{c^2+a^2-b^2}{2}\right)^2\right]}$（其中 a、b、c、S 为三角形的三边和面积）表示．在$\triangle ABC$中，a、b、c 分别为角 A、B、C 所对的边，若$b=3$，且$\frac{1-\sqrt{3}\cos B}{\sqrt{3}\sin B}=\frac{\cos C}{\sin C}$，则下列命题正确的是（　　）

A. $\triangle ABC$面积的最大值是$\frac{9}{4}\sqrt{3}$　　B. $c=\sqrt{3}a$

C. $b=\sqrt{3}c$　　D. $\triangle ABC$面积的最大值是$\sqrt{3}$

12. 在棱长为 2 的正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，M为BC边的中点，下列结论正确的有（　　）

A. AM与D_1B_1所成角的余弦值为$\frac{\sqrt{10}}{10}$

官方微信公众号：zizzsw　　咨询热线：010-5601 9830
官方网站：www.zizzs.com　　微信客服：zizzs2018

B. 过三点 A、M、D_1 的截面面积为 $\dfrac{11}{2}$

C. 四面体 A_1C_1BD 的内切球的表面积为 $\dfrac{\pi}{3}$

D. E 是 CC_1 边的中点，F 是 AB 边的中点，过 E、M、F 三点的截面是六边形.

三、填空题（共 4 个小题，每题 5 分，满分 20 分）

13. 函数 $f(x)=\tan(x-\dfrac{\pi}{6})$ 的定义域为___________.

14. $\vec{a}=(-2,1)$，$|\vec{b}|=\sqrt{5}$，且 $(\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{a}=10$，则 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 的夹角为______.

15. 在三棱锥 $O-ABC$ 中，$\angle AOB=\angle BOC=\angle AOC=60^\circ$，则直线 OA 与平面 BOC 所成角的正弦值为

_______.

16. 若 $\{a_n\}$ 是公差不为 0 的等差数列，a_2，a_4，a_8 成等比数列，$a_1=1$，S_n 为 $\{a_n\}$ 的前 n（$n\in\mathrm{N}^*$）项

和，则 $\dfrac{1}{3S_1}+\dfrac{1}{4S_2}+\cdots+\dfrac{1}{12S_{10}}$ 的值为______.

四、解答题（共 6 题，第 17 题 10 分，第 18 至第 22 题每题 12 分，共 70 分）

17. 在 $\triangle ABC$ 中 a，b，c 分别为内角 A，B，C 的对边，$2a\sin A=(2b-c)\sin B+(2c-b)\sin C$.

（1）求 A 的大小；

（2）若 $\triangle ABC$ 是锐角三角形，求 $\cos B+\cos C$ 的取值范围.

18. 已知数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=3$，$a_n=2-\dfrac{1}{a_{n-1}}\left(n\geq 2,n\in\mathrm{N}^*\right)$

（1）求证：数列 $\left\{\dfrac{1}{a_n-1}\right\}$ 是等差数列，并求出 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）设 $b_n=(2n-1)a_n\cdot 3^n$，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n

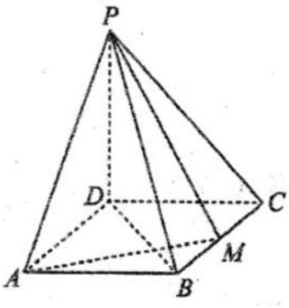
19. $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ 是正项等比数列．且 $b_n=3^n-a_n$，且 $a_1^2+a_2^2=10$，

（1）求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）设 $c_n=|a_n-100|$，求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n

20. 如图，四棱锥 $P-ABCD$ 的底面是矩形，$AM\perp PB$，$PD\perp BD$，M 为 BC 的中点，$AD=\sqrt{2}$，$DC=1$.

官方微信公众号：zizzsw　　咨询热线：010-5601 9830
官方网站：www.zizzs.com　　微信客服：zizzs2018



（1）证明：$PD\perp$底面 $ABCD$

（2）若 $PD=1$，求二面角 $A-MP-B$ 的正弦值.

21. 已知双曲线 C：$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a,b>0)$过点$\left(2\sqrt{2},2\right)$，右焦点 F 为$\left(2\sqrt{2},0\right)$，左顶点为 A

（1）求双曲线 C 的方程

（2）动直线 $y=\dfrac{1}{2}x+t$ 交双曲线 C 于 M，N 两点，求证：$\triangle AMN$ 的垂心在双曲线 C 上.

22. 已知 $a>0$，函数 $f\left(x\right)=\dfrac{1}{2}x^2+x\ln x-ax$.

（1）当 $a=0$ 时，求曲线 $y=f\left(x\right)$ 在点$\left(1,f\left(1\right)\right)$处的切线方程：

（2）证明 $f\left(x\right)$ 存在唯一的极值点

（3）若存在 a，使得 $f\left(x\right)\geq -a+b$ 对任意 $x\in(0,+\infty)$ 成立，求实数 b 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

微信搜一搜
自主选拔在线