参考答案(文科)

一、单选题：共12道小题，每题5分,共60分.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
C	A	D	D	B	C	C	A	D	D	A	B

二、填空题：共4道小题，每题5分,共20分.

13. $\frac{1}{2}$　　14. -1　　15. $\frac{3\pi}{4}$　　16. $3\sqrt{2}$

三、解答题：共5道大题，共70分.

17.（12分）解：

（1）$\because K^2=\frac{400(120\times50-150\times80)^2}{200\times200\times270\times130}=\frac{400}{39}=10.256>6.635$，

∴有99%的把握认为该企业生产的这种产品的质量与设备改造有关.

（2）在取出的5件产品中，3件一等品记为a，b，c，2件二等品记为D，E，

从这5件产品中任选2件的所有情况为ab，ac，aD，aE，bc，bD，bE，cD，cE，DE，共10种，其中2件全是一等品的情况为ab，ac，bc，共3种，

∴选出的2件全是一等品的概率为$\frac{3}{10}$.

18.（12分）解：

（1）设数列$\{a_n\}$的公比为q，数列$\{b_n\}$的公差为d，

由$a_1=2b_1=2$，有$a_1=2$，$b_1=1$，

又由$a_2=2b_2$，有$2q=2(d+1)$，有$q=d+1$，

又由$a_3=2b_3+2$，有$2q^2=2(1+2d)+2$，有$q^2=2d+2$，

可得$q^2=2q$，得$q=2$或$q=0$（舍去），$d=1$，

故$a_n=2^n$，$b_n=n$；

（2）证明：由（1）知：$c_n=\frac{b_n^2}{a_n}=\frac{n^2}{2^n}$，$n\in\mathbf{N}^*$，

则$c_{n+1}-c_n=\frac{(n+1)^2}{2^{n+1}}-\frac{n^2}{2^n}=\frac{2n+1-n^2}{2^{n+1}}$

当$n\geqslant3$时，$c_{n+1}-c_n<0$，即$c_3>c_4>c_5>c_6>c_7>\cdots>0$，

而$c_1=\frac{1}{2},c_2=1,c_3=\frac{9}{8},c_4=1$，当$n\geqslant4$时，有$\frac{T_{n+1}}{T_n}=c_{n+1}<1$，

则$T_1=\frac{1}{2},T_2=\frac{1}{2},T_3=\frac{9}{16},T_4=\frac{9}{16}>T_5>T_6>\cdots$,故$T_n\leq\frac{9}{16}$.

19.（12分）解：

（1）由$BC//AD,\angle ADC=90^\circ,AB=BC=2DE$，所以平面四边形$ABCD$为直角梯形，设$AB=BC=2DE=4a$，因为$\angle ABC=120^\circ$.

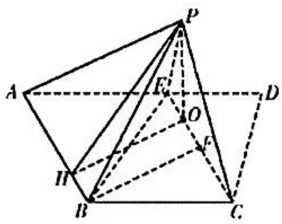
所以在$Rt\triangle CDE$中，$CD=2\sqrt{3}a,EC=4a,\tan\angle ECD=\frac{DE}{CD}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，则$\angle ECD=30^\circ$，又$\angle ADC=\angle BCD=90^\circ$，所以$\angle BCE=60^\circ$，由$EC=BC=AB=4a$，

所以ΔBCE为等边三角形，

又F是EC的中点，所以$BF\perp EC$，又$BF\perp PC,EC,PC\subset$平面$PEC,EC\cap PC=C$，

则有 $BF\perp$ 平面 PEC，
而 $BF\subset$ 平面 $ABCE$，故平面 $PEC\perp$ 平面 $ABCE$.

（2）在 $Rt\triangle PEC$ 中，$PE=DE=PF=\dfrac{1}{2}EC=2a$，取 EF 中点 O，所以 $PO\perp EF$，由（1）可知平面 $PEC\perp$ 平面 $ABCE$，平面 $PEC\cap$ 平面 $ABCE=EC$，
所以 $PO\perp$ 平面 $ABCE$，
过 O 作 $OH\perp AB$ 于 H，连 PH，则由 $PO\perp$ 平面 $ABCE, AB\subset$ 平面 $ABCE$，所以 $AB\perp PO$，又 $AB\perp OH$，$PO\cap OH=O$，则 $AB\perp$ 平面 POH，又 $PH\subset$ 平面 POH
所以 $AB\perp PH$，在 $Rt\triangle POH$ 中，$PO=\sqrt{3}a, OH=BF=2\sqrt{3}a$，所以 $PH=\sqrt{15}a$，
设 C 到平面 PAB 的距离为 d，由 $V_{C-PAB}=V_{P-ABC}$，即 $\dfrac{1}{3}\times S_{\triangle PAB}\times d=\dfrac{1}{3}\times S_{\triangle BEC}\times OP$，即
$\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}\times 4a\times\sqrt{15}ad=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}\times 4a\times 2\sqrt{3}a\times\sqrt{3}a$，
可得 $d=\dfrac{6}{\sqrt{15}}a=\dfrac{2\sqrt{15}}{5}a$.



20.（12 分）解：

（1）由 $\lambda=1$ 知，$F(x)=\cos a-\dfrac{\sin x-\sin a}{x-a}$，$F'(x)=-\dfrac{\cos x(x-a)-(\sin x-\sin a)}{(x-a)^2}$，令

$G(x)=-\cos x(x-a)+(\sin x-\sin a)$，由 $G'(x)=\sin x(x-a)>0$，知 $G(x)$ 在 $(a,\dfrac{\pi}{2})$ 上单增，

有 $G(x)>G(a)=0$，即 $F'(x)>0$，亦知 $F(x)$ 在 $(a,\dfrac{\pi}{2})$ 上单调递增.

（2）由 $\lambda\le\dfrac{1}{2}$ 知，当 $x\in(a,\dfrac{\pi}{2})$ 时，$(x-a)F(x)=[(1-\lambda)\cos x+\lambda\cos a](x-a)-(\sin x-\sin a)$

$=[\lambda(\cos a-\cos x)+\cos x](x-a)-(\sin x-\sin a)\le[\dfrac{1}{2}(\cos a-\cos x)+\cos x](x-a)-(\sin x-\sin a)$

，令 $f(x)=\dfrac{1}{2}(\cos a+\cos x)(x-a)-(\sin x-\sin a)$，$f'(x)=\dfrac{1}{2}(\cos a-\cos x)-\dfrac{1}{2}(x-a)\sin x$，

$f''(x)=-\dfrac{1}{2}(x-a)\cos x<0$，知 $f'(x)$ 在 $(a,\dfrac{\pi}{2})$ 上单减，有 $f'(x)<f'(a)=0$，亦知 $f(x)$ 在

$(a,\dfrac{\pi}{2})$ 上单减，有 $f(x)<f(a)=0$，即 $(x-a)F(x)<0$.

21.(12 分)解：

（1）由题得：$\dfrac{\sqrt{\left(x-\sqrt{3}\right)^2+y^2}}{\left|x-\dfrac{4\sqrt{3}}{3}\right|}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，两边平分并化简得$\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$，即曲线$C$的方程．

（2） 设点$G\left(x_1,y_1\right)$，$H\left(x_2,y_2\right)$．

直线$GH: y=k(x-t)(k>0)$与椭圆C的方程$\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$联立，

消去y得$\left(1+4k^2\right)x^2-8k^2tx+\left(4k^2t^2-4\right)=0$．

由韦达定理：$x_1+x_2=\dfrac{8k^2t}{1+4k^2}$，$x_1\cdot x_2=\dfrac{4k^2t^2-4}{1+4k^2}$．

由条件，直线AG的方程为$y=\dfrac{y_1}{x_1+2}(x+2)$，直线$AH$的方程为$y=\dfrac{y_2}{x_2+2}(x+2)$，

于是可得$y_M=\dfrac{y_1(t+2)}{x_1+2}$，$y_N=\dfrac{y_2(t+2)}{x_2+2}$．

因为A，O，M，N四点共圆，由相交弦定理可知$y_M(-y_N)=(-t)(t+2)$，

化简得$\dfrac{y_1y_2}{(x_1+2)(x_2+2)}=\dfrac{t}{t+2}$

又$y_1=k(x_1-t)$，$y_2=k(x_2-t)$，代入整理得：$\dfrac{k^2\left(x_1x_2-t\left(x_1+x_2\right)+t^2\right)}{x_1x_2+2\left(x_1+x_2\right)+4}=\dfrac{t}{t+2}$．

将韦达定理代入化简得：$\dfrac{t^2-4}{4(t+2)^2}=\dfrac{t}{t+2}$，即$t=-\dfrac{2}{3}$．

22.(10 分)解：

【详解】(1) 由曲线C的极坐标方程为$\rho^2=\dfrac{2}{1+\cos^2\theta}$，可得$\rho^2+\rho^2\cos^2\theta=2$，又由$x=\rho\cos\theta, y=\rho\sin\theta$，

代入可得$2x^2+y^2=2$，即曲线C的直角坐标方程为$x^2+\dfrac{y^2}{2}=1$.

（2）把直线参数方程$\begin{cases}x=t\cos\alpha\\ y-1+t\sin\alpha\end{cases}$（$t$为参数），代入曲线$C$的直角坐标方程$x^2+\dfrac{y^2}{2}=1$，

整理得$(1+\cos^2\alpha)t^2+2\sin\alpha\cdot t-1=0$，设$A,B$对应的参数分别为$t_1,t_2$，得$t_1+t_2=-\dfrac{2\sin\alpha}{1+\cos^2\alpha}, t_1\cdot t_2=-\dfrac{1}{1+\cos^2\alpha}$，

因为点$P(0,1)$恰为线段AB的三等分点，不妨设$\overrightarrow{AP}=2\overrightarrow{PB}$，则$|t_1|=2|t_2|$，

所以$t_1=-2t_2$，代入$t_1+t_2=-\dfrac{2\sin\alpha}{1+\cos^2\alpha}, t_1\cdot t_2=-\dfrac{1}{1+\cos^2\alpha}$，化简得$\sin^2\alpha=\dfrac{2}{9}$，又因为$\alpha\in(0,\pi)$，所以$\sin\alpha=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$．

23.(10 分)解:

(Ⅰ)当 $m=0$ 时,不等式 $|2x|+|x-2|<5$ 可转化为:

$\begin{cases} x<0 \\ -2x+2-x<5 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} 0\leqslant x\leqslant 2 \\ 2x-x+2<5 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x>2 \\ 2x+x-2<5 \end{cases}$ ………………………… 2 分

整理得:

$\begin{cases} x<0 \\ x>-1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} 0\leqslant x\leqslant 2 \\ x<3 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x>2 \\ x<\dfrac{7}{3} \end{cases}$

所以不等式的解集为:$\{x\mid -1<x<\dfrac{7}{3}\}$ ………………………………………… 5 分

(Ⅱ)因为 $|2x-2|-|2x+m|\leqslant|2x-2-2x-m|=|m+2|$

若 $|2x-2|-f(x)<m^2$ 恒成立.

只需来解 $|m+2|<m^2$ 即可 ……………………………………………………… 8 分

从而 $\begin{cases} m+2<m^2 \\ m+2>-m^2 \end{cases}$ 解得 $m<-1$ 或 $m>2$ ………………………………… 10 分