



2023—2024 学年度上学期高三年级五调考试

数 学

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分。共 4 页,总分 150 分,考试时间 120 分钟。

第 I 卷(选择题 共 60 分)

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知 i 为虚数单位, $a, b \in \mathbf{R}$, 集合 $A = \{z | z = a + (2a - 1)i\}$, $B = \{z | z = b - 2 + bi\}$, 则 $A \cap B =$

- A. $\{2i\}$ B. $\{1 + 3i\}$ C. $\{3 + 5i\}$ D. $\{2 + 4i\}$

2. 已知等边三角形的边长为 2, 用斜二测画法画出该三角形的直观图, 则所得直观图的面积为

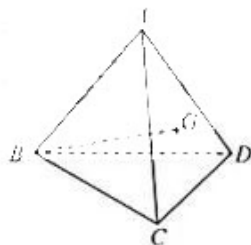
- A. $\frac{\sqrt{2}}{4}$ B. $\frac{\sqrt{6}}{4}$ C. $2\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{6}$

3. 已知 a 为直线 l 的方向向量, m, n 分别为两个不同平面 α, β 的法向量, 则下列说法正确的是

- A. 若 $a \perp m, m \perp n$, 则 $l \parallel \beta$ B. 若 $a \perp m, a \perp n$, 则 $\alpha \perp \beta$
C. 若 $a \perp m, a \perp n$, 则 $\alpha \parallel \beta$ D. 若 $a \perp m, a \perp n$, 则 $\alpha \perp \beta$

4. 如图, 在四面体 $ABCD$ 中, G 为 $\triangle ACD$ 的重心, 若 $\vec{BG} = x\vec{AB} + y\vec{AC} + z\vec{AD}$, 则 $x + y + z =$

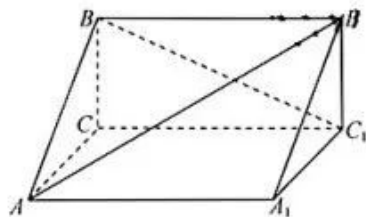
- A. $-\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{3}$
C. $-\frac{2}{3}$ D. $\frac{2}{3}$



5. 已知两圆锥的底面积分别为 $\frac{\pi}{16}, \pi$, 其侧面展开图中圆心角之和为 $\frac{3\pi}{2}$, 则两圆锥的母线长之和的最小值为

- A. 2 B. $\frac{5}{2}$ C. 3 D. 2

6. 如图, 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $BC \perp$ 平面 ACC_1A_1 , $CA_1 \perp CC_1 = 2CB$, 则异面直线 BC_1 与 AB_1 夹角的余弦值为



- A. $\frac{2\sqrt{2}}{5}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{3}{5}$



7. 已知棱长为 6 的正方体内有一个棱长为 m 的正四面体, 且该正四面体可以在正方体内任意转动, 则实数 m 的最大值为

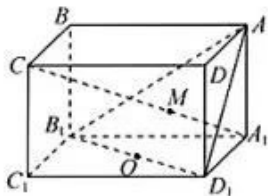
- A. $\sqrt{3}$ B. 3 C. $2\sqrt{6}$ D. $3\sqrt{3}$

8. 设 $a = \ln 2, b = 1.09, c = e^{0.3}$, 则

- A. $a < b < c$ B. $a < c < b$ C. $c < a < b$ D. $c < b < a$

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分。

9. 如图, 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, O 是 B_1D_1 的中点, 直线 A_1C 交平面 AB_1D_1 于点 M , 则下列结论正确的是

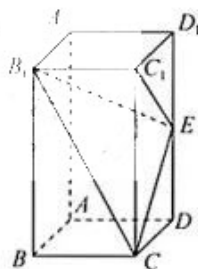


- A. B, B_1, O, M 四点共面 B. A, M, O, A_1 四点共面
C. A, O, C, M 四点共面 D. A, M, O 三点共线

10. 已知函数 $f(x) = \log(x^2 + 2^x) - \frac{1}{x^2 + 1}$, 则

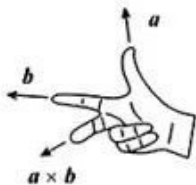
- A. $f(x)$ 在区间 $(-\infty, 0)$ 上单调递增 B. $f(x)$ 是偶函数
C. $f(x)$ 的最小值为 1 D. 方程 $f(x) = 2x$ 无解

11. 如图, 若长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面是边长为 2 的正方形, 高为 1, E 是 DD_1 的中点, 则下列说法不正确的是



- A. $BE \perp AB$
B. 平面 $B_1CE \parallel$ 平面 A_1BD
C. 三棱锥 C_1-B_1CE 的体积为 $\frac{8}{3}$
D. 三棱锥 $C_1-B_1CD_1$ 的外接球的表面积为 24π

12. 在三维空间中, 定义 $a \times b$ 叫做向量 a 与 b 的外积, 它是一个向量, 满足下列两个条件: ① $a \perp (a \times b), b \perp (a \times b)$, 且 a, b 和 $a \times b$ 构成右手系 (即三个向量的方向依次与右手的拇指、食指、中指的指向一致, 如图所余);



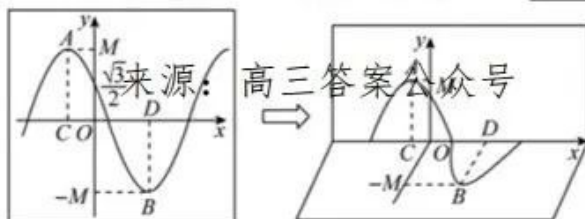
② $a \cdot b$ 的模 $|a \times b| = |a||b|\sin\langle a, b \rangle$ ($\langle a, b \rangle$ 表示向量 a, b 的夹角). 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 以下四个结论, 正确的是

- A. $|\vec{AB}_1 \times \vec{AC}| = |\vec{AD}_1 \times \vec{DB}|$ B. $\vec{A_1C_1} \times \vec{A_1D}$ 与 $\vec{BD_1}$ 共线
C. $\vec{AB} \times \vec{AD} = \vec{AD} \times \vec{AB}$ D. $6|\vec{BC} \times \vec{AC}|$ 与正方体表面积 的数值相等

第 II 卷(非选择题 共 90 分)

三、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。

13. 在空间直角坐标系中, $A(1, -2, a), B(0, 3, 1), C(b, -1, 2)$, 若 A, B, C 三点共线, 则 $ab = \underline{\hspace{2cm}}$.
14. 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = -1, a_2 = 0, a_{n+1} + a_n = a_{n+1}$, 则 $\sum_{i=1}^{2017} a_i = \underline{\hspace{2cm}}$.
15. 如图, 将绘有函数 $f(x) = M \sin\left(\frac{\pi}{5}x + \varphi\right)$ ($M > 0, 0 < \varphi < \pi$) 部分图象的纸片沿 x 轴折成直二面角, 若此时 A, B 两点之间的空间距离为 $\sqrt{10}$, 则 $f(6) = \underline{\hspace{2cm}}$.



16. 如图, 已知四面体 $ABCD$, $\triangle ABC$ 和 $\triangle ABD$ 是边长为 2 的等边三角形, $CD = \sqrt{3}$, P 是该四面体表面及其内部的动点. 若 $PA = PB, PC = PD$, 则点 P 轨迹的长度为 $\underline{\hspace{2cm}}$; 若 E 在 $\triangle ABD$ 内, 且满足 $EA = EB$, 则 P 到 E 距离的最大值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

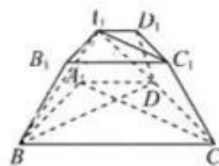


四、解答题:本题共 6 小题,共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分)

如图, 在四棱台 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 上、下底面为等腰梯形, $AD \parallel BC, AB = \sqrt{10}, BC = 2AD = 4, A_1D_1 = 1, AA_1 \perp BD$.

- (1) 证明: 平面 $A_1ACC_1 \perp$ 平面 $ABCD$;
(2) 若 $AA_1 = 2, \angle A_1AC = 45^\circ$, 求点 C 到平面 A_1BD 的距离.



18. (12 分)

记 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 已知 $\cos B = \tan A \sin B + \frac{c}{3a}$.

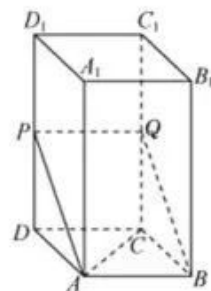
- (1) 证明: $c^2 = a^2 + 2b^2$;
(2) 若 $C = \frac{2\pi}{3}, b = 2$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

19. (12分)

如图,在四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,底面 $ABCD$ 是平行四边形,侧棱 $AA_1 \perp$ 底面 $ABCD$,过 AB 的截面与侧面 DD_1C_1C 交于 PQ ,点 P 在棱 DD_1 上,点 Q 在棱 CC_1 上,且 $AB=1, AC=\sqrt{3}, BC=2$.

(1)证明: $PQ \parallel D_1C_1$;

(2)若 P 为棱 DD_1 的中点, AP 与平面 DD_1C_1C 所成的角为 $\frac{\pi}{6}$,求侧棱 DD_1 的长.



20. (12分)

已知函数 $f(x) = -x^2 + x - \sin x - a \cos x$, 其中 $a \in \mathbf{R}$.

(1)当 $a < -1$ 时,求 $f(x)$ 的极值;

(2)若不等式 $f(x) \geq 0$ 对任意 $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$ 恒成立,求 a 的取值范围.

21. (12分)

已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 a_1, a_2, a_3, S_4 成等差数列, a_1, a_2, a_3 成等比数列.

(1)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

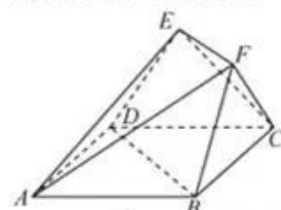
(2)记 $c_n = \frac{b_n}{a_n}$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

22. (12分)

如图,在多面体 $ABCDEF$ 中,平面 $ABCD$ 为正方形, $AB=2, AE=3, DE=\sqrt{5}$, 二面角 $E-AD-C$ 的平面角的余弦值为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$, 且 $EF \parallel BD$.

(1)证明: 平面 $ABCD \perp$ 平面 DCE ;

(2)若 $\overrightarrow{EF} = \lambda \overrightarrow{DB} (\lambda > 0)$, 求平面 ABF 与平面 CEF 所成锐二面角的余弦值的取值范围.




关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线