

山东名校考试联盟

2023年12月高三年级阶段性检测数学试题

参考答案与评分细则

一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	A	D	C	C	B	A	D

二、多项选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分。在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分。

题号	9	10	11	12
答案	AB	ABD	AC	ABD

三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13. $\frac{3}{5}$; 14. $\frac{32}{81}$; 15. 6; 16. $a \geq 2$.

四、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. 【解析】

(1) 方法一：

因为等差数列 $\{a_n\}$ 中， $a_2 + a_6 = 16$ ，所以 $a_4 = 8$ ，2分

又因为 $S_5 = \frac{5(a_1 + a_5)}{2} = \frac{5(2a_3)}{2} = 30$ ，所以 $a_3 = 6$ ，4分

所以 $a_1 = 2$ ， $d = 2$ ， $a_n = 2n$ 。5分

方法二：

由 $a_2 + a_6 = 16$ ， $S_5 = 30$ ，得 $\begin{cases} 2a_1 + 6d = 16 \\ 5a_1 + 10d = 30 \end{cases}$ 2分

解得 $\begin{cases} a_1 = 2 \\ d = 2 \end{cases}$ 4分

所以 $a_n = 2n$ 5分

(2) 由 (1) 得 $S_n = n^2 + n$ ，7分

$$\frac{1}{S_n} = \frac{1}{n^2+n} = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}, \quad \dots\dots\dots 8 \text{分}$$

$$\text{所以 } \frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} + \dots + \frac{1}{S_n} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = 1 - \frac{1}{n+1} < 1, \text{ 得证. } \dots\dots\dots 10 \text{分}$$

【评分说明】

1. 第(1)问两种方法均求出 a_1 与 d 的取值可直接得4分, 写出 a_n 得5分;

2. 第(2)问“ $\frac{1}{S_n} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$ ”没有单独写出, 但在后面的求和过程中体现, 不扣分.

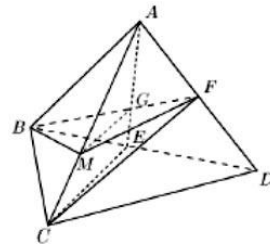
18. 【解析】

(1) 证明: 连接 AE 交 BF 于 G , 连接 MG ,

因为 E, F 分别为 BD, AD 中点, 所以 G 为 $\triangle ABD$ 重心, $\dots\dots\dots 2$ 分

所以 $AG = 2GE$, 因为 $AM = 2MC$, 所以 $GM \parallel EC$, $\dots\dots\dots 3$ 分

$GM \subset \text{面 } BMF, CE \not\subset \text{面 } BMF$, 所以 $CE \parallel \text{平面 } BMF$. $\dots\dots\dots 4$ 分



【评分说明】

1. 未指明重心, 但是出现 $\triangle EFG \sim \triangle ABG$, 也给2分;

2. 不指出 $CE \not\subset \text{面 } BMF$ 不扣分;

3. 若没有3分点, 则4分点不扣分.

(2) 方法一: 因为正三棱锥 $A-BCD$ 中, $BC = 2\sqrt{3}, AB = 2$,

$$\text{所以 } AB^2 + AC^2 = BC^2, \text{ 所以 } \angle CAB = \frac{\pi}{2}, \text{ 同理 } \angle CAD = \angle BAD = \frac{\pi}{2},$$

$$\text{所以 } V_{A-BCD} = \frac{4}{3}, \quad \dots\dots\dots 6 \text{分}$$

因为 $S_{\triangle BCD} = 2S_{\triangle CDE}$, A 到面 BCD 的距离是 F 到面 BCD 距离的2倍,

$$\text{所以 } V_{A-BCD} = 4V_{F-CDE} = \frac{4}{3}, \text{ 所以 } V_{F-CDE} = \frac{1}{3}, \text{ 所以 } V_{D-CEF} = V_{F-CDE} = \frac{1}{3}, \quad \dots\dots\dots 8 \text{分}$$

$$\text{又因为 } CE = \sqrt{6}, CF = \sqrt{5}, FE = 1, \text{ 所以 } \cos \angle ECF = \frac{6+5-1}{2\sqrt{30}} = \frac{\sqrt{30}}{6}, \text{ 则 } \sin \angle ECF = \frac{\sqrt{6}}{6},$$

$$\text{所以 } S_{\triangle CEF} = \frac{\sqrt{5}}{2}, \quad \dots\dots\dots 10 \text{分}$$

$$\text{设 } D \text{ 到面 } CEF \text{ 的距离为 } d, \text{ 所以 } V_{D-CEF} = \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{5}}{2} d = \frac{1}{3}, \text{ 所以 } d = \frac{2\sqrt{5}}{5}. \quad \dots\dots\dots 12 \text{分}$$

【评分说明】

1. 没有给出 $\triangle CEF$ 的面积, 但最后结果正确, 不扣分.

方法二: 以 E 为坐标原点, $\overrightarrow{EC}, \overrightarrow{ED}$ 分别为 x, y 轴建立如图所示坐标系:

则 $E(0,0,0)$, $C(\sqrt{6},0,0)$, $B(0,-\sqrt{2},0)$, $D(0,\sqrt{2},0)$,

$A(\frac{\sqrt{6}}{3},0,\frac{2\sqrt{3}}{3})$, $M(\frac{7\sqrt{6}}{9},0,\frac{2\sqrt{3}}{9})$, $F(\frac{\sqrt{6}}{6},\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{3}}{3})$ 1分

(A点z轴坐标分量或者三棱锥A-BCD的高求对,即给1分)

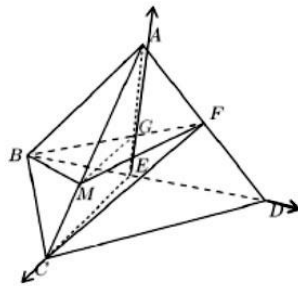
设平面BMF法向量 $\vec{n}=(x,y,z)$,

$\vec{n}=(0,\frac{2\sqrt{3}}{3},-2\sqrt{3})$, 3分

所以 $\vec{EC} \cdot \vec{n} = 0$, $CE \perp$ 面 BMF , 所以 $CE \parallel$ 平面 BMF 4分

(2) 设平面ECF法向量 $\vec{m}=(x,y,z)$, $\vec{m}=(0,-\sqrt{2},\sqrt{3})$, 8分

所以D到平面ECF的距离 $d = \frac{|\vec{ED} \cdot \vec{m}|}{|\vec{m}|}$ 10分
 $= \frac{2\sqrt{5}}{5}$ 12分



【评分说明】

1. 若第(1)问是几何法,第(2)问是坐标法,A点坐标不再单独给分,其他建系方法类似给分;
2. 两个面的法向量各占2分;
3. 点到面的距离公式给出就给2分,结果计算正确再给2分.

方法三: (1) 以A为坐标原点, \vec{AD} , \vec{AC} , \vec{AB} 分别为x,y,z轴建立如图所示坐标系:

则 $A(0,0,0)$, $C(0,2,0)$, $B(0,0,2)$, $D(2,0,0)$,

$E(1,0,1)$, $M(0,\frac{4}{3},0)$, $F(1,0,0)$ 1分

设平面BMF法向量 $\vec{n}=(x,y,z)$, $\vec{n}=(4,3,2)$, 3分

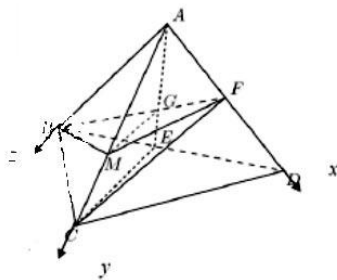
所以 $\vec{EC} \cdot \vec{n} = 0$, $CE \perp$ 面 BMF , 所以 $CE \parallel$ 平面 BMF 4分

(2) 平面ECF法向量 $\vec{m}=(x,y,z)$, 求得 $\vec{m}=(2,1,0)$, 8分

下同方法二

19. 【解析】

(1) 方法一: 因为 $AP=2$, $PC=\sqrt{13}$, $\angle CAP = \frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{6}$,



在 $\triangle PAC$ 中, 由正弦定理知: $\frac{PC}{\sin \frac{\pi}{6}} = \frac{AP}{\sin C}$, 所以 $\sin C = \frac{\sqrt{13}}{13}$, 2分

所以 $\cos C = \frac{2\sqrt{39}}{13}$, 所以 $\sin B = \sin(\frac{\pi}{3} - C) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cos C - \frac{1}{2} \sin C = \frac{5\sqrt{13}}{26}$, 4分

又在 $\triangle ABP$ 中, $\sin B = \frac{AP}{PB} = \frac{2}{PB}$, 所以 $PB = \frac{4\sqrt{13}}{5}$ 5分

方法二: 因为 $AP = 2$, $PC = \sqrt{13}$, $\angle CAP = \frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{6}$,

在 $\triangle PAC$ 中, 由余弦定理知: $AC^2 + 4 - 2AC \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 13$, 即 $AC^2 - 2\sqrt{3}AC - 9 = 0$,

所以 $AC = 3\sqrt{3}$ 2分

所以 $\frac{1}{2} AB \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2} AB \cdot 3\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$, 所以 $AB = \frac{6\sqrt{3}}{5}$ 4分

又在 $Rt\triangle ABP$ 中, 所以 $PB = \frac{4\sqrt{13}}{5}$ 5分

(2) 方法一: 在 $\triangle APC$ 中, $\frac{AP}{\sin C} = \frac{PC}{\sin \frac{\pi}{6}}$, 所以 $PC = \frac{1}{\sin C} = \frac{1}{\sin(\frac{\pi}{3} - B)}$, 6分

在 $\triangle ABP$ 中, $\frac{AP}{PB} = \sin B \Rightarrow PB = \frac{2}{\sin B}$ 7分

所以 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} (PB + PC) \cdot AP \cos B = (\frac{2}{\sin B} + \frac{1}{\sin(\frac{\pi}{3} - B)}) \cdot \cos B = \frac{2}{\tan B} + \frac{2}{\sqrt{3} - \tan B}$, 9分

因为 $B \in (0, \frac{\pi}{3})$, 所以令 $t = \tan B$, $S_{\triangle ABC} = \frac{2}{t} + \frac{2}{\sqrt{3} - t} = \frac{2\sqrt{3}}{t(\sqrt{3} - t)}$, $t \in (0, \sqrt{3})$, 11分

所以 $t = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 时有最小值 $\frac{8\sqrt{3}}{3}$,

即当 $\tan B = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 时, $\triangle ABC$ 的面积有最小值 $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ 12分

方法二: 设 $AB = x$, $AC = y$, 则 $x > 0$, $y > 0$,

$S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABP} + S_{\triangle ACP} \Rightarrow \frac{1}{2} xy \sin \frac{2\pi}{3} = \frac{1}{2} 2x + \frac{1}{2} 2y \sin \frac{\pi}{6} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{4} xy = x + \frac{y}{2}$, 6分

因为 $x + \frac{y}{2} \geq 2\sqrt{x \cdot \frac{y}{2}} = \sqrt{2}\sqrt{xy}$, 当且仅当 $x = \frac{y}{2}$ 时取 "=", 7分

所以 $\frac{\sqrt{3}}{4} xy \geq \sqrt{2}\sqrt{xy} \Rightarrow \sqrt{xy} \geq \frac{4\sqrt{6}}{3}$, 9分

所以 $S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4} xy \geq \frac{\sqrt{3}}{4} \times \frac{4\sqrt{6}}{3} = \frac{8\sqrt{3}}{3}$, 当且仅当 $\begin{cases} x = \frac{4\sqrt{3}}{3} \\ y = \frac{8\sqrt{3}}{3} \end{cases}$ 时取 "=", 11分

所以 $\triangle ABC$ 的面积的最小值为 $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ 12分

【评分说明】

1. 方法一中没有标注 t 的取值范围, 不扣分;
2. 方法二中没有指出等号成立的条件扣一分.

20. 【解析】

(1) 连接 AB_1 , 设 $A_1B \cap AB_1 = M$, 则 A_1B 中点为 M , 且 $AM \perp A_1B$, 1分

因为平面 $A_1BC \perp$ 平面 ABB_1A_1 , 平面 $A_1BC \cap$ 平面 $ABB_1A_1 = A_1B$, $AM \subset$ 平面 ABB_1A_1 ,

所以 $AM \perp$ 平面 A_1BC ,

因为 $BC \subset$ 平面 A_1BC , $AM \perp BC$, 2分

又在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $BB_1 \perp$ 面 ABC , $BC \subset$ 平面 ABC ,

所以 $BB_1 \perp BC$, 3分

因为 $AM \cap BB_1 = B_1$, $AM, BB_1 \subset$ 平面 ABB_1A_1 ,

所以 $BC \perp$ 平面 ABB_1A_1 , 4分

又因为 $AB \subset$ 平面 ABB_1A_1 , 所以 $AB \perp BC$; 5分

(2) 由 (1) 得 $AM \perp$ 平面 A_1BC ,

则直线 AC 与平面 A_1BC 所成的角为 $\angle ACM = \frac{\pi}{6}$,

在正方形 ABB_1A_1 中, $AB = 2, AM = \sqrt{2}, AC = 2\sqrt{2}, BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = 2$, 7分

建立以 B 为原点的空间直角坐标系 $B - xyz$, 如图所示:

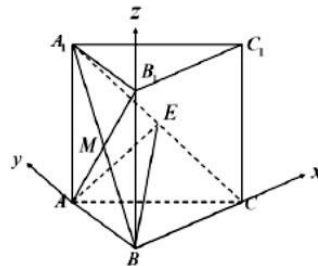
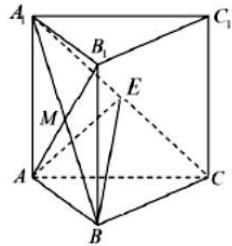
$A(0, 2, 0), C(2, 0, 0), M(0, 1, 1)$, 8分

设 $\overrightarrow{A_1E} = \lambda \overrightarrow{A_1C} = (2\lambda, -2\lambda, -2\lambda), \lambda \in [0, 1]$,

则 $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{BA_1} + \overrightarrow{A_1E} = (2\lambda, 2 - 2\lambda, 2 - 2\lambda)$, 又 $\overrightarrow{BA} = (0, 2, 0)$

设平面 ABE 的法向量为 $\vec{n} = (x, y, z)$,

$$\begin{cases} \vec{n} \cdot \overrightarrow{BA} = 2y = 0 \\ \vec{n} \cdot \overrightarrow{BE} = \lambda x + (1 - \lambda)y + (1 - \lambda)z = 0 \end{cases}, \text{取 } x = 1, \text{ 则 } y = 0, z = \frac{\lambda}{\lambda - 1},$$



所以平面 ABE 的法向量为 $\vec{n} = (1, 0, \frac{\lambda}{\lambda-1})$,10分

又 $AM \perp$ 平面 A_1BC , $\vec{AM} = (0, -1, 1)$

设平面 CBE 的法向量为 \vec{m} , 则 $\vec{m} = (0, -1, 1)$,11分

$$\text{所以 } \cos \frac{\pi}{3} = |\cos \langle \vec{m}, \vec{n} \rangle| = \frac{|\vec{m} \cdot \vec{n}|}{|\vec{m}| |\vec{n}|} = \frac{\frac{\lambda}{1-\lambda}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{1 + \frac{\lambda^2}{(1-\lambda)^2}}} = \frac{1}{2},$$

解得 $\lambda = \frac{1}{2}$, 即当点 E 为 A_1C 中点时, 平面 ABE 与平面 BCE 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$12分

21. 【解析】

(1) 对 $na_{n+1} = (2n+2)a_n + (n^2+n)2^{n+1}$ 两边同时除以 $(n^2+n)2^{n+1}$ 可得:

$$\frac{a_{n+1}}{(n+1) \cdot 2^{n+1}} = \frac{a_n}{n \cdot 2^n} + 1. \quad \dots\dots\dots 3 \text{分}$$

于是数列 $\left\{ \frac{a_n}{n \cdot 2^n} \right\}$ 是首项为 $\frac{a_1}{2} = 1$, 公差为 1 的等差数列.4分

(2) 由 (1) 可知 $\frac{a_n}{n \cdot 2^n} = n$, $a_n = n^2 \cdot 2^n$, $b_n = \frac{a_n}{n} \cdot \sin \frac{n\pi}{2} = n \cdot 2^n \cdot \sin \frac{n\pi}{2}$5分

于是

$$S_{100} = b_1 + b_3 + b_5 + \dots + b_{97} + b_{99} = 1 \times 2^1 - 3 \times 2^3 + 5 \times 2^5 - 7 \times 2^7 + \dots + 97 \times 2^{97} - 99 \times 2^{99} \quad \dots\dots\dots 7 \text{分}$$

$$4S_{100} = 1 \times 2^3 - 3 \times 2^5 + 5 \times 2^7 - 7 \times 2^9 + \dots + 97 \times 2^{98} - 99 \times 2^{100}, \quad \dots\dots\dots 8 \text{分}$$

$$5S_{100} = 2 - 2 \times 2^3 + 2 \times 2^5 - 2 \times 2^7 + \dots - 2 \times 2^{99} - 99 \times 2^{101}, \quad \dots\dots\dots 9 \text{分}$$

$$= 2 - \frac{16[1 - (-4)^{49}]}{1 - (-4)} - 99 \times 2^{101} \quad \dots\dots\dots 10 \text{分}$$

$$= -\frac{6}{5} - \frac{4^{51}}{5} - 99 \times 2^{101} = -\frac{6}{5} - \frac{497}{5} \times 2^{101} \quad \dots\dots\dots 11 \text{分}$$

$$\text{因此 } S_{100} = -\frac{6}{25} - \frac{994}{25} \times 4^{50} = -\frac{6}{25} - \left(39 \frac{19}{25}\right) \times 4^{50} = -\frac{6}{25} - \frac{497}{25} \times 2^{101}. \quad \dots\dots\dots 12 \text{分}$$

【评分说明】

1. 最后结果正确, 没有 10 分点不扣分.

22. 【解析】

(1) 由 $f'_n(x) = -1 + x - x^2 + \dots + (-1)^n x^{n-1}$1分

可得

$$f'_n(-2) = -1 - 2 - 2^2 - \dots - 2^{n-1} = -\frac{1-2^n}{1-2} = 1 - 2^n,$$

故曲线 $y = f_n(x)$ 在 $x = -2$ 处的切线斜率为 $1 - 2^n$ 2分

(2) 因为 $f_2(x) - 2 \geq ke^x$ 对任意 $x \in \mathbf{R}$ 恒成立,

则 $k \leq \frac{f_2(x) - 2}{e^x} = \frac{-1 - x + \frac{x^2}{2}}{e^x}$ 对任意 $x \in \mathbf{R}$ 恒成立. 3分

令 $g(x) = \frac{-1 - x + \frac{x^2}{2}}{e^x}$, 则 $g'(x) = \frac{x(4 - x)}{2e^x}$,

故 $g(x)$ 在 $(-\infty, 0]$ 上单调递减, 在 $(0, 4)$ 上单调递增, 在 $[4, +\infty)$ 上单调递减 4分

又 $g(0) = -1$, 且当 $x > 4$ 时, $g(x) > 0$, 5分

故 $g(x)$ 的最小值为 $g(0) = -1$.

故 $k \leq -1$, 即 k 的取值范围是 $(-\infty, -1]$ 6分

(3) $f'_n(-1) = -1 - 1 - \dots - 1 = -n$.

当 $x \neq -1$ 时, $f'_n(x) = -1 + x - x^2 + \dots + (-1)^n x^{n-1} = \frac{1 - (-x)^n}{1 - (-x)} = \frac{(-x)^n - 1}{x + 1}$ 7分

因此当 n 为奇数时, $f_n(x) = 1 - x + \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} + \dots + \frac{x^{n-1}}{n-1} - \frac{x^n}{n}$. 此时 $f'_n(x) = \begin{cases} \frac{x^n + 1}{x + 1}, & x \neq -1, \\ -n, & x = -1. \end{cases}$

则 $f'_n(x) < 0$, 所以 $f_n(x)$ 单调递减.

此时 $f_n(0) = 1 > 0$, $f_1(x) = 1 - x$ 显然有唯一零点, 无最小值.

当 $n \geq 2$ 时, $f_n(2) = 1 - 2 + \frac{2^2}{2} - \frac{2^3}{3} + \dots + \frac{2^{n-1}}{n-1} - \frac{2^n}{n}$
 $= (1 - 2) + \frac{2^2}{3} \left(\frac{3}{2} - 2 \right) + \dots + \frac{2^{n-1}}{n} \left(\frac{n}{n-1} - 2 \right) < 0$.

且当 $x > 2$ 时,

$$\begin{aligned} f_n(x) &= (1 - x) + \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right) + \dots + \left(\frac{x^{n-1}}{n-1} - \frac{x^n}{n} \right) \\ &= (1 - x) + \frac{x^2}{3} \left(\frac{3}{2} - x \right) + \dots + \frac{x^{n-1}}{n} \left(\frac{n}{n-1} - x \right) < 1 - x, \end{aligned}$$

由此可知此时 $f_n(x)$ 不存在最小值.

从而当 n 为奇数时, $f_n(x)$ 有唯一零点, 无最小值. 8分

当 $n = 2k (k \in \mathbb{N}^*)$ 为偶数时, $f_n(x) = 1 - x + \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} + \cdots - \frac{x^{n-1}}{n-1} + \frac{x^n}{n}$,

$$\text{此时 } f'_n(x) = \begin{cases} \frac{x^n - 1}{x + 1}, & x \neq -1, \\ -n, & x = -1. \end{cases}$$

则 $f_n(x)$ 在 $(-\infty, -1]$ 上单调递减, 在 $(-1, +\infty)$ 上单调递增, 故 $f_n(x)$ 的最小值为

$$f_n(1) = (1-1) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{n-2} - \frac{1}{n-1}\right) + \frac{1}{n} > 0,$$

即 $f_n(x) \geq f_n(1) > 0$, 当 n 为偶数时, $f_n(x)$ 没有零点. 9分

在不等式 $\ln(1+x) > \frac{x}{x+1} (x > 0)$ 中令 $x = \frac{1}{n}$ 可得 $\ln \frac{n+1}{n} > \frac{1}{n+1}$,

分别取 $n = k, k+1, \dots, 2k-1$ 可知

$$\begin{aligned} 1 - f_{2k}(1) &= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{2k-1} - \frac{1}{2k} \\ &= \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{2k}\right) - 2\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{2k}\right) \quad \dots\dots\dots 10 \text{分} \\ &= \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{2k}\right) - \left(1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{k}\right) \\ &= \frac{1}{k+1} + \frac{1}{k+2} + \cdots + \frac{1}{2k} \\ &< \ln \frac{k+1}{k} + \ln \frac{k+2}{k+1} + \cdots + \ln \frac{2k}{2k-1} = \ln \frac{2k}{k} = \ln 2. \quad \dots\dots\dots 11 \text{分} \end{aligned}$$

即 $m = f_{2k}(1) > 1 - \ln 2$.

从而当 n 为偶数时, $f_n(x)$ 没有零点, 存在最小值 m , 且 $m > 1 - \ln 2$ 12分

综上所述, 当 n 为奇数时, $f_n(x)$ 有唯一零点, 无最小值; 当 n 为偶数时, $f_n(x)$ 没有零点, 存在最小值 m , 且 $m > 1 - \ln 2$.

关于我们

齐鲁家长圈系业内权威、行业领先的自主选拔在线旗下子平台，集聚高考领域权威专家，运营团队均有多年高考特招研究经验，熟知山东新高考及特招政策，专为山东学子服务！聚焦山东新高考，提供新高考资讯、新高考政策解读、志愿填报、综合评价、强基计划、专项计划、双高艺体、选科、生涯规划等政策资讯服务，致力于做您的山东高考百科全书。

第一时间获取山东高考升学资讯，关注**齐鲁家长圈**微信号：**sdgkjzq**。



微信搜一搜

齐鲁家长圈

打开“微信 / 发现 / 搜一搜”搜索