

江苏省 2023 年普通高中学业水平合格性考试试卷

数 学

注 意 事 项

考生在答题前请认真阅读本注意事项及各题答题要求

1. 本试卷包含选择题(第 1 题-第 28 题, 共 28 小题 84 分)、解答题(第 29 题~第 30 题, 共 2 题 16 分)。考生答题全部答在答题卡上, 答在本试卷上无效。本次考试时间为 75 分钟。考试结束后, 请将本试卷和答题卡一并放在桌面, 等待监考员收回。
2. 答题前, 请务必将自己的姓名、准考证号用书写黑色字迹的 0.5 毫米签字笔填写在本试卷及答题卡上。
3. 请认真核对监考员在答题卡右上角所粘贴条形码上的姓名、准考证号是否与本人的相符合。
4. 答选择题必须用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 请用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案。答非选择题必须用书写黑色字迹的 0.5 毫米签字笔写在答题卡上的指定位置, 在其他位置答题一律无效。

参考公式:

锥体的体积公式: $V = \frac{1}{3}Sh$, 其中 S 是底面积, h 是高.

一、选择题: 本大题共 28 小题, 每小题 3 分, 共 84 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求.

1. 已知集合 $A = \{-2, 0, 2\}$, $B = \{0, 2, 4\}$, 则 $A \cap B =$
 - A. $\{0, 2\}$
 - B. $\{-2, 2, 4\}$
 - C. $\{-2, 0, 2\}$
 - D. $\{-2, 0, 2, 4\}$
2. 已知 $a > b$, 则
 - A. $a + 3 > b + 3$
 - B. $3 - a > 3 - b$
 - C. $\frac{3}{a} > \frac{3}{b}$
 - D. $a^2 > b^2$
3. 已知 $z = 3 - i$, 则 $|z| =$
 - A. 3
 - B. 4
 - C. $\sqrt{10}$
 - D. 10
4. 已知五个数 2, a , 6, 5, 3 的平均数为 4, 则 $a =$
 - A. 3
 - B. 4
 - C. 5
 - D. 6
5. 命题“ $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + x + 1 > 0$ ”的否定是
 - A. $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + x + 1 \leq 0$
 - B. $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + x + 1 > 0$
 - C. $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + x + 1 < 0$
 - D. $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + x + 1 \leq 0$

6. 已知角 α 的终边经过点 $(2, -1)$, 则 $\sin \alpha =$

- A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ B. $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ D. $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$

7. 函数 $f(x) = \sqrt{\frac{1}{x-1}}$ 的定义域为

- A. $(-\infty, 1]$ B. $(-\infty, 1)$ C. $[1, +\infty)$ D. $(1, +\infty)$

8. 要得到函数 $y = 2\sin(x + \frac{\pi}{3})$ 的图象, 只需将函数 $y = 2\sin x$ 的图象

- A. 向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个长度单位 B. 向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个长度单位
C. 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个长度单位 D. 向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个长度单位

9. 党的二十大报告指出: “全面提高人才自主培养质量, 着力造就拔尖创新人才, 聚天下英才而用之。”某区域教育部门为提高学生的创新能力, 组织了 200 名学生参与研究性学习, 每人仅参加 1 个课题组, 参加各课题组的人数占比的扇形统计图如图所示, 则参加数学类的人数比参加理化类的人数多

- A. 16 B. 30
C. 32 D. 62



(第 9 题)

10. 从甲、乙、丙、丁 4 名同学中任选 3 名同学参加环保宣传志愿服务, 则甲被选中的概率为

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{3}$
C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{3}{4}$

11. 已知 $a = \log_3 \frac{1}{2}$, $b = \log_3 2$, $c = \log_2 3$, 则

- A. $a < b < c$ B. $b < a < c$ C. $b < c < a$ D. $c < b < a$

12. 已知直线 $l \parallel$ 平面 α , 直线 $m \subset$ 平面 α , 则 l 与 m 不可能

- A. 平行 B. 相交 C. 异面 D. 垂直

13. 已知函数 $f(x) = x^\alpha$ 是偶函数, 且在区间 $(0, +\infty)$ 上单调递增, 则下列实数可作为 α 值的是

- A. -2 B. $\frac{1}{2}$ C. 2 D. 3

14. 已知 $\tan \alpha = -3$, 则 $\frac{\sin \alpha + 2 \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} =$

- A. $\frac{5}{2}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $-\frac{5}{4}$ D. $-\frac{7}{2}$

15. 对于两个非空实数集合 A 和 B , 我们把集合 $\{x | x = a + b, a \in A, b \in B\}$ 记作 $A * B$. 若集合 $A = \{0, 1\}$, $B = \{0, -1\}$, 则 $A * B$ 中元素的个数为

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

16. 已知函数 $f(x)$ 为奇函数, 且当 $x > 0$ 时, $f(x) = \log_3(2x+1)$, 则 $f(-1) =$

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

17. 甲、乙两人独立地破译某个密码, 如果每人译出密码得概率均为 0.3, 则密码被破译的概率为

- A. 0.09 B. 0.42 C. 0.51 D. 0.6

18. 甲、乙、丙、丁 4 名学生参加数学竞赛, 在成绩公布前, 4 人作出如下预测:

甲说: 乙第一;

乙说: 丁第一;

丙说: 我不是第一;

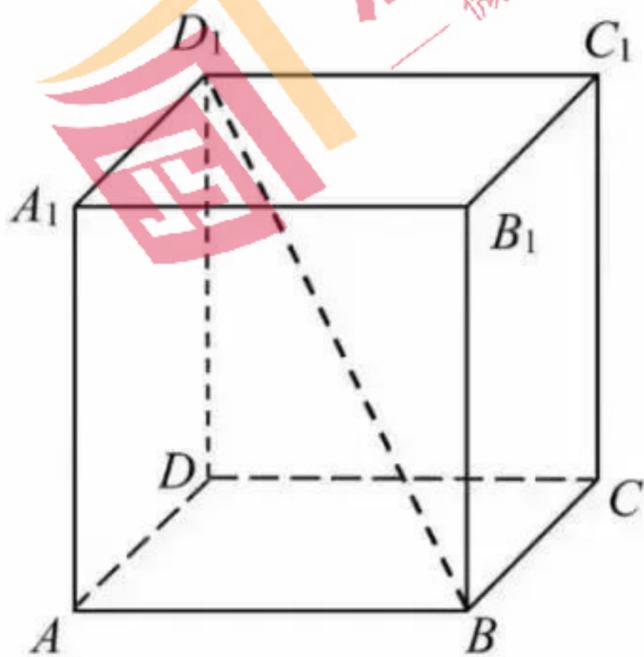
丁说: 乙第二.

公布的成绩表明, 4 名学生的成绩互不相同, 并且有且只有 1 名学生预测错误, 则预测错误的学生是

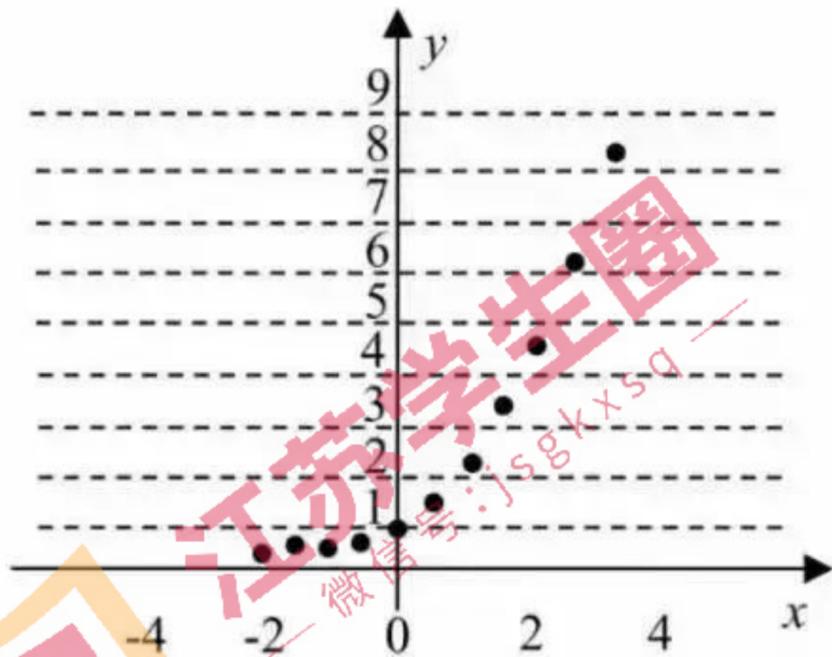
- A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁

19. 如图, 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 直线 BD_1 与平面 $ABCD$ 所成角的正切值为

- A. 1 B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$



(第 19 题)



(第 20 题)

20. 在一次实验中, 某小组测得一组数据 $(x_i, y_i) (i=1, 2, \dots, 11)$, 并由实验数据得到上面的散点图. 由此散点图, 在区间 $[-2, 3]$ 上, 下列四个函数模型 (a, b 为待定系数) 中, 最能反映 x, y 函数关系的是

- A. $y = a + bx$ B. $y = a + b^x$ C. $y = a + \log_b x$ D. $y = a + \frac{b}{x}$

21. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\cos 2A = -\frac{3}{5}$, 则 $\sin A =$

- A. $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$ B. $\frac{4}{5}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

22. 已知 $\triangle ABC$ 是边长为 2 的等边三角形, D, E, F 分别是边 AB, BC, CA 的中点, 则

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AE}$ B. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$

- C. $\overrightarrow{EF} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB}$ D. $\overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{DF} = \frac{1}{2}$

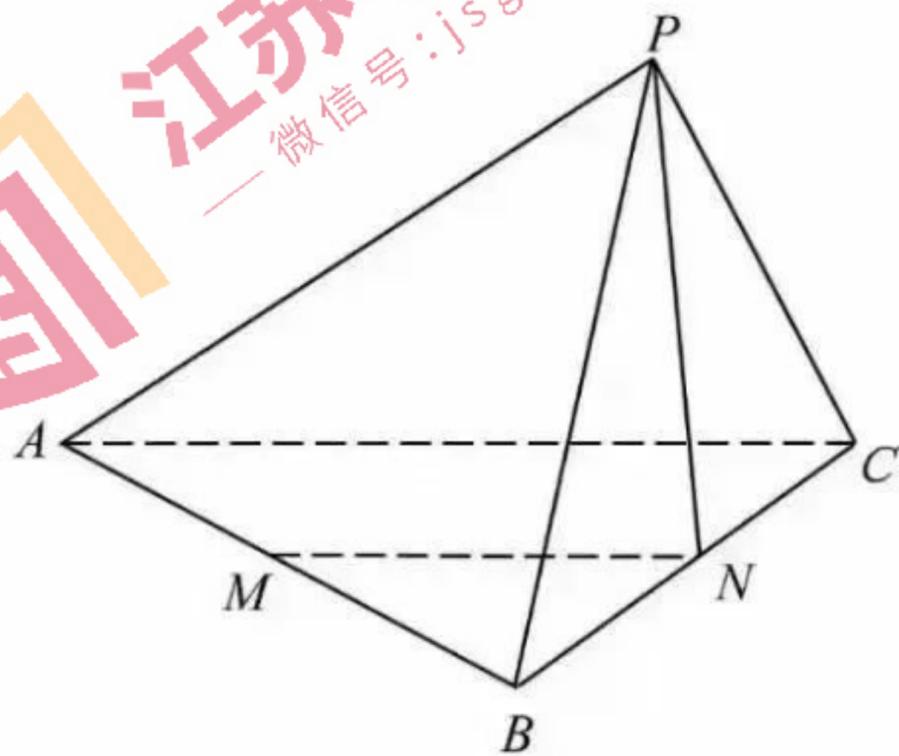
23. 在空间, 到一个三角形的三个顶点距离相等的点的集合表示的图形是
 A. 一个点 B. 一条直线 C. 一个平面 D. 一个球面
24. 已知向量 $\mathbf{a} = (2, 0)$, $\mathbf{b} = (1, \sqrt{3})$, $(\mathbf{a} + k\mathbf{b}) \perp (k\mathbf{a} - \mathbf{b})$, 则实数 $k =$
 A. -1 B. 0 C. 1 D. -1 或 1
25. 两游艇自某地同时出发, 一艇以 10 km/h 的速度向正北方向行驶, 另一艇以 8 km/h 的速度向北偏东 θ ($0^\circ < \theta < 90^\circ$) 角的方向行驶. 若经过 30 min , 两艇相距 $\sqrt{21} \text{ km}$, 则 $\theta =$
 A. 30° B. 45° C. 60° D. 75°
26. 2023年2月6日, 土耳其发生强烈地震, 造成重大人员伤亡和财产损失, 江苏救援队伍紧急赴当地开展救报行动. 尽管日前人类还无法准确预报地震, 但科学家通过研究, 已经对地震有所了解, 例如, 地震时释放的能量 E (单位: 焦耳) 与地震里氏震级 M 之间的关系为 $\lg E = 4.8 + 1.5M$. 里氏 8.0 级地震所释放出来的能量是里氏 6.0 级地震所释放出来的能量的
 A. 6 倍 B. 10^2 倍 C. 10^3 倍 D. 10^6 倍
27. 若圆柱的上、下底面的圆周都在一个半径为 2 的球面上, 则该圆柱侧面积的最大值为
 A. 4π B. 8π C. 12π D. 16π
28. 若函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x - m + 1, & x < 3 \\ m \sin x + 1, & x \geq 3 \end{cases}$ 的值域为 $[-2, +\infty)$, 则实数 m 的可能值共有
 A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

二、解答题: 本大题共 2 小题, 共计 16 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

29. (本小题满分 8 分)

如图, 三棱锥 $P-ABC$ 的底面 ABC 和侧面 PBC 都是边长为 2 的等边三角形, M, N 分别是 AB, BC 的中点, $PN \perp AN$.

- (1) 证明: $MN \parallel$ 平面 PAC ;
 (2) 求三棱锥 $P-ABC$ 的体积.



(第 29 题)

30. (本小题满分 8 分)

已知函数 $f(x) = \sin x$.

(1) 求函数 $y = f(2x + \frac{\pi}{3})$ 的最小正周期;

(2) 若 $[f(x)]^2 + m \left| f(x) - \frac{1}{2} \right| \geq \frac{1}{8}$, 求实数 m 的取值范围.

江苏省 2023 年普通高中学业水平合格性考试试卷

数 学-参考答案

一、选择题：本大题共 28 小题，每小题 3 分，共 84 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求。

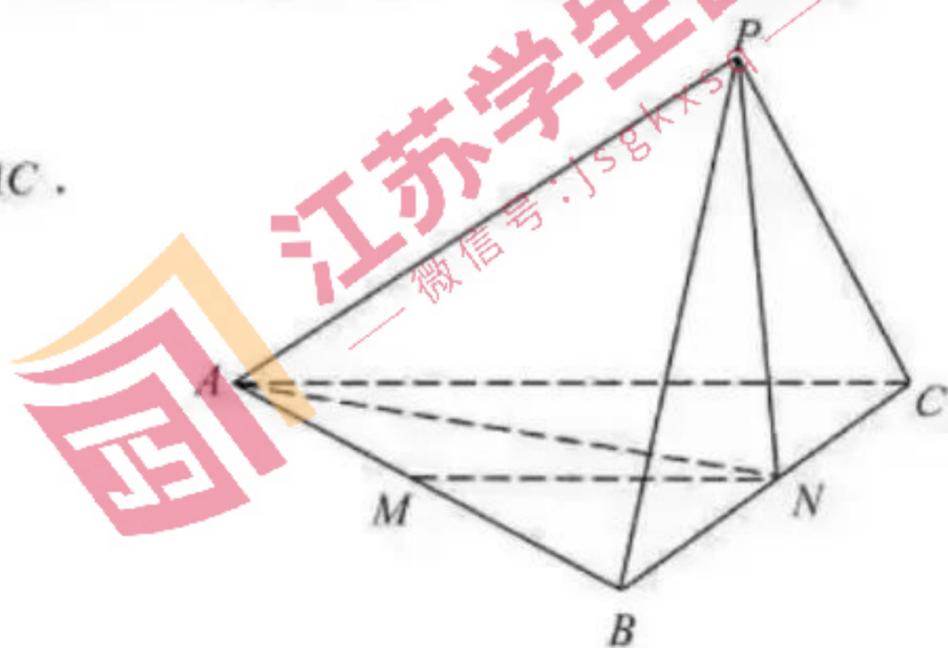
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	A	C	B	D	B	D	A	C	D
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	B	C	B	C	A	C	A	C	B
21	22	23	24	25	26	27	28		
D	D	B	D	C	C	B	B		

二、解答题：本大题共 2 小题，共计 16 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

29. (本小题满分 8 分)

$$(1) \left. \begin{array}{l} MN \parallel AC \\ MN \not\subset \text{面} PAC \\ AC \subset \text{面} PAC \end{array} \right\} MN \parallel \text{面} PAC.$$

$$(2) V_{P-ABC} = \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times \sqrt{3} = \frac{1}{4}$$



(第 29 题)

30. (本小题满分 8 分)

$$(1) T = \frac{2\pi}{2} = \pi;$$

$$(2) m \geq 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$$