【赢在高考·黄金8卷】备战2024年高考数学模拟卷（新高考II卷专用）
黄金卷

（考试时间：120分钟　试卷满分：150分）

第I卷（选择题）

一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合要求的。

1．设全集$U=\left\{x\mid\frac{x-6}{x+1}<0,x\in\mathbf{Z}\right\}$，集合$A=\{1,2,4\}$，$B=\left\{x\middle|\sqrt{x}<2,x\in\mathbf{N}\right\}$，则$B\cap\left(\complement_U A\right)=$（　）．

A．$\{0,3,5\}$　　B．$\{0,1,3\}$　　C．$\{0,3\}$　　D．$\{3,5\}$

2．已知复数z满足$(1+\mathrm{i})z=3+5\mathrm{i}$，则$|z|=$（　）

A．2　　B．3　　C．4　　D．$\sqrt{17}$

3．已知向量$\vec{a}=(2,m)$，$\vec{b}=(m+1,1)$，且$\vec{a}$与$\vec{b}$方向相反，若$\vec{c}=(2,1)$，则$\vec{a}$在$\vec{c}$方向上的投影向量的坐标是（　）

A．$\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right)$　　B．$\left(\frac{4}{5},\frac{2}{5}\right)$　　C．$\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$　　D．$\left(-\frac{4}{5},-\frac{2}{5}\right)$

4．按从小到大顺序排列的两组数据：甲组：27，31，37，m，42，49；乙组：24，n，33，44，48，52，若这两组数据的第30百分位数、第50百分位数都分别对应相等，则$m+n=$（　）

A．60　　B．65　　C．70　　D．71

5．已知$\frac{\pi}{6}<\alpha<\pi$，$0<\beta<\pi$，$\sin\left(\frac{2\pi}{3}-\alpha\right)=\cos\beta$．若$\tan\alpha=3^k$，$\tan\beta=3^{-k}$，则$k=$（　）

A．$-\frac{1}{2}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$-\frac{3}{2}$　　D．$\frac{3}{2}$

6．定义在R上的奇函数$f(x)$，对任意$0<x_1<x_2$都有$\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}<1$，若$f(1)=1$，则不等式$f(x)-x>0$的解集是（　）

A．$(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$　　B．$(-1,0)\cup(1,+\infty)$

C．$(-\infty,-1)\cup(0,1)$　　D．$(-1,0)\cup(0,1)$

7．古希腊数学家阿波罗尼奥斯所著的八册《圆锥曲线论（Conics）》中，首次提出了圆锥曲线的光学性质，其中之一的内容为："若点P为椭圆上的一点，F_1、F_2为椭圆的两个焦点，则点P处的切线平分$\angle F_1PF_2$外角"．根据此信息回答下列问题：已知椭圆$C:\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$，$O$为坐标原点，$l$是点$P\left(2,\sqrt{2}\right)$处的切线，过左焦点$F_1$作$l$的垂线，垂足为$M$，则$|OM|$为（　）

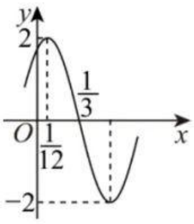
A. $2\sqrt{2}$　　B. 2　　C. 3　　D. $2\sqrt{3}$

8. 已知点 P 在棱长为2的正方体表面上运动，AB 是该正方体外接球的一条直径，则 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}$ 的最小值为(　)

A. -2　　B. -8　　C. -1　　D. 0

二、多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分，在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目的要求，全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9. 已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)\left(A>0,\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$ 的部分图象如图所示，下列说法正确的是（　）



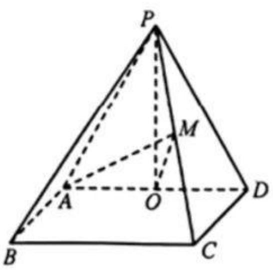
A. $\varphi=\frac{\pi}{3}$

B. 函数 $f(x)$ 的图象关于 $\left(\frac{1}{6},0\right)$ 对称

C. 函数 $f(x)$ 在 $\left[\frac{1}{6},\frac{2}{3}\right]$ 的值域为 $[-2,\sqrt{3}]$

D. 要得到函数 $g(x)=A\cos(\omega x+\varphi)$ 的图象，只需将函数 $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{1}{4}$ 个单位

10. 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是边长为 2 的菱形，$\angle ADC=60°$，$\triangle PAD$ 为正三角形，O 为 AD 的中点，且平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$，M 是线段 PC 上的一点，则以下说法正确的是（　）



A. $OM\perp PD$

B. $OM\perp BC$

C. 若点 M 为线段 PC 的中点，则直线 $OM//$ 平面 PAB

D. 若 $\frac{PM}{PC}=\frac{1}{3}$，则直线 AM 与平面 PAB 所成角的余弦值为 $\frac{3\sqrt{10}}{10}$

11. 下列式子中最小值为 4 的是（　）

A. $\sin^2x+\dfrac{4}{\sin^2x}$　　B. 2^x+2^{2-x}

C. $\dfrac{1}{\sin^2x}+\dfrac{1}{\cos^2x}$　　D. $4\ln\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)+\ln\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)$

12．已知抛物线$E:x^2=2py\left(p>0\right)$，过其准线上的点$A\left(-1,-1\right)$作$E$的两条切线，切点分别为$B,C$，则下列说法正确的是（　）

A．抛物线E的方程为$x^2=2y$　　B．$AB\perp AC$

C．直线BC的斜率为$-\dfrac{1}{2}$　　D．直线BC的方程为$x+2y-2=0$

第II卷（非选择题）

三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．已知幂函数$f(x)=(m^2-2m-2)x^{m-1}$在区间$(0,+\infty)$上单调递减，则$m=$_____.

14．已知圆M的圆心在直线$y=-x-3$上，且过$\left(1,-2\right)$，$\left(-1,0\right)$，则圆M的方程为____.

15．已知二项式$\left(2x+\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)^n\left(n\in \mathrm{N}^*\right)$的展开式中只有第4项的二项式系数最大，现从展开式中任取2项，则取到的项都是有理项的概率为________.

16．已知函数$f\left(x\right)=\begin{cases}x^2, & x\le 0\\ \dfrac{x}{e^{x-1}}, & x>0\end{cases}$，若关于$x$的方程$f^2\left(x\right)-2f\left(x\right)+2m-1=0$恰有4个不同实数根，则实数$m$的取值范围为_____.

四、解答题：本题共6小题，共70分，解答应写出必要的文字说明、证明过程及验算步骤。

17．记数列$\left\{a_n\right\}$的前n项和为S_n，对任意正整数n，有$2S_n=na_n$，且$a_2=3$.

(1)求数列$\left\{a_n\right\}$的通项公式；

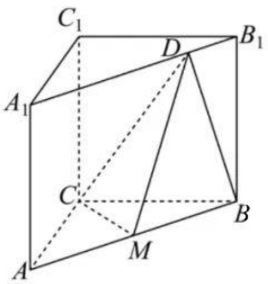
(2)设$b_n=\dfrac{1+a_n}{2^n}$，数列$\left\{b_n\right\}$的前n项和为T_n，求证：$T_n<4$.

18．在$\triangle ABC$中，角A，B，C所对的边分别为a，b，c，已知$\dfrac{c}{a\cos B+b\cos A}=2\cos C$.

(1)求角C；

(2)CD是$\angle ACB$的角平分线，若$CD=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$，$c=2\sqrt{3}$，求$\triangle ABC$的面积.

19．如图，在直三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，$\angle ACB=90^\circ$，$AC=BC=CC_1$，M为AB的中点，D在A_1B_1上且$A_1D=3DB_1$.

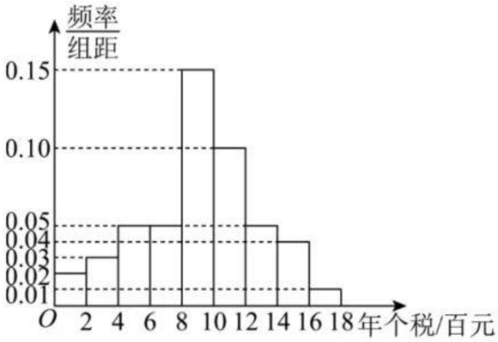


(1)求证：平面$CMD\perp$平面ABB_1A_1；

(2)求直线CM与平面CBD所成角的正弦值；

(3)求二面角$B-CD-M$的余弦值.

20．后疫情时代，为了可持续发展，提高人民幸福指数，国家先后出台了多项减税增效政策.某地区对在职员工进行了个人所得税的调查，经过分层随机抽样，获得500位在职员工的个人所得税(单位：百元)数据，按$[0,2],(2,4],(4,6],(6,8],(8,10],(10,12],(12,14]$，$(14,16],(16,18]$分成九组，制成如图所示的频率分布直方图：假设每个组内的数据是均匀分布的.



(1)求这500名在职员工的个人所得税的中位数(保留到小数点后一位)；

(2)从个人所得税在$(6,8],(14,16],(16,18]$三组内的在职员工中，采用分层抽样的方法抽取了10人，现从这10人中随机抽取3人，记年个税在$(14,16]$内的员工人数为X，求X的分布列和数学期望；

(3)以样本的频率估计概率，从该地区所有在职员工中随机抽取100名员工，记年个税在$(14,18]$内的员工人数为Y，求Y的数学期望与方差.

21．在$\triangle PF_1F_2$中，已知点$F_1\left(-\sqrt{3},0\right)$，$F_2\left(\sqrt{3},0\right)$，$PF_1$边上的中线长与$PF_2$边上的中线长之和为6，记$\triangle PF_1F_2$

的重心 G 的轨迹为曲线 C.

(1)求 C 的方程；

(2)若圆 $O:x^2+y^2=1,E(0,-1)$，过坐标原点 O 且与 y 轴不重合的任意直线 l 与圆 O 相交于点 A,B，直线 EA,EB 与曲线 C 的另一个交点分别是点 M,N，求 $\triangle EMN$ 面积的最大值.

22．已知函数 $f(x)=x-\ln(x+a)$ 的最小值为 0，其中 $a>0$.

(1)求 a 的值；

(2)若对任意的 $x\in[0,+\infty)$，有 $f(x)\le kx^2$ 成立，求实数 k 的最小值；

(3)证明：$\sum_{i=1}^{n}\frac{2}{2i-1}-\ln(2n+1)<2\left(n\in \mathbf{N}^*\right)$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。