2024年高考数学模拟卷（新高考七省专用）

黄金卷01

（考试时间：120分钟　试卷满分：150分）

第Ⅰ卷（选择题）

一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合要求的。

1．已知集合$M=\{x|x^2-3x+2\le 0\}$，$N=\{x|3^{x-1}<1\}$，则$M\cup N=$（　）

A．$\{x|0<x<2\}$　　B．$\{x|1<x<3\}$

C．$\{x|x\le 2\}$　　D．$\{x|x\le 3\}$

2．已知$z_1=a-\mathrm{i}, z_2=1+b\mathrm{i}$（$a,b\in\mathbf{R}$，i为虚数单位），若$z_1\cdot z_2$是实数，则（　）

A．$ab-1=0$　　B．$ab+1=0$

C．$a-b=0$　　D．$a+b=0$

3．已知向量$\vec{a},\vec{b}$满足$(\vec{a}-\vec{b})\cdot\vec{b}=2$，且$\vec{b}=(-1,1)$，则向量$\vec{a}$在向量$\vec{b}$上的投影向量为（　）

A．$(2,2)$　　B．$(-2,2)$　　C．$(1,1)$　　D．$(-1,1)$

4．已知$f(x)$是定义域为$\mathbf{R}$的单调递增的函数，$\forall n\in\mathbf{N}$，$f(n)\in\mathbf{N}$，且$f(f(n))=3n$，则$f(28)=$（　）

A．54　　B．55　　C．56　　D．57

5．已知函数$f(x)=4\cos\left(\omega x-\dfrac{\pi}{12}\right)(\omega>0)$，$f(x)$在区间$\left[0,\dfrac{\pi}{3}\right]$上的最小值恰为$-\omega$，则所有满足条件的$\omega$的积属于区间（　）

A．$(1,4]$　　B．$[4,7]$　　C．$(7,13)$　　D．$[13,+\infty)$

6．已知等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，对任意的$n\in\mathbf{N}^*$，均有$S_5\le S_n$成立，则$\dfrac{a_8}{a_6}$的值的取值范围是（　）

A．$(3,+\infty)$　　B．$[3,+\infty)$

C．$(-\infty,-3)\cup[3,+\infty)$　　D．$(-\infty,-3]\cup[3,+\infty)$

7．已知点F_1,F_2是椭圆$E:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左右焦点，点$M$为椭圆$E$上一点，点$F_1$关于$\angle F_1MF_2$平分线的对称点$N$也在椭圆$E$上，若$\cos\angle F_1MF_2=\dfrac{7}{8}$，则椭圆$E$的离心率为（　）

A．$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　B．$\dfrac{\sqrt{3}}{9}$　　C．$\dfrac{\sqrt{10}}{5}$　　D．$\dfrac{\sqrt{10}}{25}$

8．设$a=\dfrac{\ln 4}{4}$，$b=\dfrac{4-\ln 4}{e^2}$，$c=\dfrac{\sqrt{e}}{2e}$，则（　）

A．$a<b<c$　　B．$b<c<a$　　C．$c<b<a$　　D．$c<a<b$

二、多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分，在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目的要求，全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9．有关平面向量的说法，下列错误的是（　）

A．若 $\vec{a}//\vec{b}$，$\vec{b}//\vec{c}$，则 $\vec{a}//\vec{c}$

B．若 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 共线且模长相等，则 $\vec{a}=\vec{b}$

C．若 $|\vec{a}|>|\vec{b}|$ 且 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 方向相同，则 $\vec{a}>\vec{b}$

D．$(\lambda\vec{a})\cdot\vec{b}=\lambda(\vec{a}\cdot\vec{b})=(\lambda\vec{b})\cdot\vec{a}$ 恒成立

10. 设 O 为坐标原点，直线 $x+my-m-2=0$ 过圆 $M:x^2+y^2-8x+6y=0$ 的圆心且交圆于 P,Q 两点，则（　）

A．$|PQ|=5$　　　　B．$m=\frac{1}{2}$

C．$\triangle OPQ$ 的面积为 $5\sqrt{5}$　　　　D．$OM\perp PQ$

11．下列说法正确的是（　）

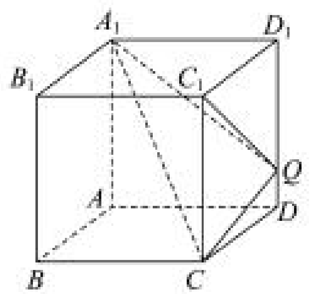
A．某射击运动员在一次训练中 10 次射击成绩（单位：环）如下：6，5，7，9，6，8，9，9，7，5，这组数据的第 70 百分位数为 8

B．对于随机事件 A 与 B，若 $P(\overline{B})=0.3$，$P(B|A)=0.7$，则事件 A 与 B 独立

C．若随机变量 $X\sim B(6,p)$，$E(X)=4.8$，若 $P(X=k)$ 最大，则 $D(kX+1)=24$

D．设随机变量 ξ 服从正态分布 $N(0,1)$，若 $P(\xi>1)=p$，则 $P(-1<\xi<0)=\frac{1}{2}-p$

12．如图，在棱长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，Q 是棱 DD_1 上的动点，则下列说法正确的是（　）



A．不存在点 Q，使得 $C_1Q//A_1C$

B．存在点 Q，使得 $C_1Q\perp A_1C$

C．对于任意点 Q，Q 到 A_1C 的距离的取值范围为 $[\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{6}}{3}]$

D．对于任意点 Q，$\triangle A_1CQ$ 都是钝角三角形

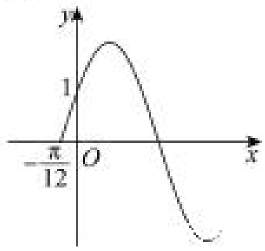
第 II 卷（非选择题）

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

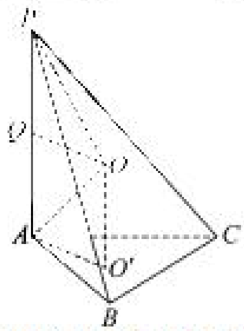
13. 已知等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，若$a_1=-10$，$\frac{S_8}{8}-\frac{S_7}{7}=1$，则$S_9=$______.

14. 若函数$f(x)=\begin{cases}\log_{\frac{1}{2}}x, x<1\\ 2^{x-1}, x\geq 1\end{cases}$，则不等式$f(x)>2$的解集为__________.

15. 已知函数$f(x)=2\cos(\omega x+\varphi)(\omega>0,\varphi\in(0,2\pi))$的部分图像如图所示，且关于$x$的不等式$f(x)>f\left(\frac{\varphi}{2}\right)$的解集为$D$，$a\in D$，则正偶数$a$的最小值为______.



16. 如图，在三棱锥$P-ABC$中，$PA\perp$平面$ABC,PA=6,BC=3,\angle CAB=\frac{\pi}{6}$.$O'$为$\triangle ABC$外接圆的圆心，$O$为三棱锥$P-ABC$外接球的球心，$OQ\perp PA$，则三棱锥$P-ABC$的外接球$O$的表面积为________.



四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分，解答应写出必要的文字说明、证明过程及验算步骤。

17. （10 分）已知函数$f(x)=\frac{1}{2}-\sin^2\omega x+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2\omega x,(\omega>0)$的最小正周期为$4\pi$.

(1)求ω的值，并写出$f(x)$的对称轴方程；

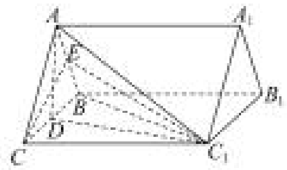
(2)在$\triangle ABC$中角A,B,C的对边分别是a,b,c满足$(2a-c)\cos B=b\cdot\cos C$，求函数$f(A)$的取值范围.

18. （12 分）若数列$\{a_n\}$的前n项和S_n满足$S_n=2a_n+n$.

(1)证明：数列$\{a_n-1\}$是等比数列；

(2)设$b_n=\log_2(1-a_{n+1})$，记数列$\left\{\frac{1}{b_nb_{n+1}}\right\}$的前$n$项和为$T_n$，证明：对任意的正整数$n$，都有$T_n<\frac{1}{2}$.

19．（12 分）如图，在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$BB_1\perp$平面 ABC，$\triangle ABC$ 为正三角形，侧面 ABB_1A_1 是边长为 2 的正方形，D 为 BC 的中点．



(1)求证：平面 $ADC_1\perp$平面 BCC_1B_1；

(2)取 AB 的中点 E，连接 CE,C_1E，求二面角 $C-AB-C_1$ 的余弦值．

20．（12 分）经销商小王对其所经营的某型号二手汽车的使用年数 $x\left(0<x\le 10,x\in\mathbf{N}\right)$ 与每辆车的销售价格 y（单位：万元）进行整理，得到如表的对应数据：

使用年数	2	4	6	8	10
售价	16	13	9.5	7	4.5

(1)试求 y 关于 x 的回归直线方程；

(2)已知每辆该型号汽车的收购价格 w（单位：万元）与使用年数 $x\left(0<x\le 10,x\in\mathbf{N}\right)$ 的函数关系为

$w=\begin{cases}0.05x^2-1.75x+17.2, & 0<x\le 6\\ -1.5x+17.7, & 6<x\le 10\end{cases}$，根据（1）中所求的回归方程，预测 x 为何值时，小王销售一辆该型号汽车所获得的利润 z 最大．

附：回归直线的斜率和截距的最小二乘估计公式分别为：$\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}x_iy_i-n\overline{x}\overline{y}}{\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^2-n\overline{x}^2}$，$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}$．

21．（12 分）已知双曲线 C：$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a>0,b>0\right)$ 的离心率为 $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$，F 为 C 的左焦点，P 是 C 右支上的点，点 P 到 C 的两条渐近线的距离之积为 $\dfrac{3}{4}$．

(1)求 C 的方程；

(2)若线段 PF 与 C 的左支交于点 Q，与两条渐近线交于点 A，B，且 $3\left|AB\right|=\left|PQ\right|$，求 $\left|PQ\right|$．

22．（12 分）已知函数 $f\left(x\right)=\dfrac{\sin x}{e^x}$．

(1)求函数 $f\left(x\right)$ 在 $\left(0,3\right)$ 上的单调区间；

(2)若 $x\ge 0$ 时，$f\left(x\right)\le a\ln\left(x+1\right)$，求实数 a 的取值范围．

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。