腾•云联盟 2023—2024 学年度上学期高三年级 12 月联考

数学试卷

命题学校：红安一中　　命题教师：吴 欢　　审题教师：高龙井

注意事项：

1. 答卷前，考生务必用黑色字迹钢笔或签字笔将自己的姓名、考生号、考场号和座位号填写在答题卡上.将条形码横贴在答题卡右上角“贴条形码区”.

2. 作答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑;如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案，答案不能答在试卷上.

3. 非选择题必须用黑色字迹钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上;如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案;不准使用铅笔和涂改液.不按以上要求作答的答案无效.

4. 考生必须保持答题卡的整洁.考试结束后，将试卷和答题卡一并交回.

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知复数 z 满足 $z\bar{z}=4$，则 $|z|=$

A. 2　　B. 4　　C. 8　　D. 16

2. 下列函数是 $\mathbf{R}$ 上的单调递增函数且为奇函数的是

A. $f(x)=x-\dfrac{1}{x}$　　B. $f(x)=x|x|$

C. $f(x)=\mathrm{e}^x$　　D. $f(x)=\sin x$

3. 已知 $\sin(\theta-\dfrac{\pi}{6})=\dfrac{3}{5}$，$\theta\in(0,\dfrac{\pi}{2})$，则 $\cos\theta=$

A. $\dfrac{3\sqrt{3}-4}{10}$　　B. $\dfrac{3\sqrt{3}+4}{10}$　　C. $\dfrac{4\sqrt{3}-3}{10}$　　D. $\dfrac{4\sqrt{3}+3}{10}$

4. 如图，“杨辉三角”是二项式系数在三角形中的一种几何排列，在我国南宋数学家杨辉 1261 年所著的《详解九章算法》一书中出现，比欧洲发现早 500 年左右. 现从杨辉三角第 20 行随机取一个数，该数大于 2023 的概率为

A. $\dfrac{13}{21}$　　B. $\dfrac{13}{20}$

C. $\dfrac{5}{7}$　　D. $\dfrac{3}{4}$

杨辉三角

第0行　1
第1行　1 1
第2行　1 2 1
第3行　1 3 3 1
第4行　1 4 6 4 1
第5行　1 5 10 10 5 1
第6行　1 6 15 20 15 6 1

5. 在ΔABC中，“$\sin A=\cos B$”是“ΔABC为直角三角形”的

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

6. 已知S_n为数列$\{a_n\}$的前n项和，$S_n=2^{5-n}-32$，下列说法正确的是

A. $a_n=(-\frac{1}{2})^{n-5}$

B. $S_3S_9=S_6^2$

C. 当数列$\{a_n\}$的前n项积最大时，$n=4$或者$n=5$

D. 数列$\{\frac{1}{a_n}\}$的前n项和为$\frac{1-2^n}{16}$

7. 已知某正四棱锥$P-ABCD$高为h，底面$ABCD$边长为a，内切球半径为r，外接球半径为R，下列说法中不正确的是

A. 得到a,h的值，可以确定唯一的R　　B. 得到a,h的值，可以确定唯一的r

C. 得到a,R的值，可以确定唯一的h　　D. 得到a,r的值，可以确定唯一的h

8. 椭圆C:$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左右焦点分别为$F_1,F_2$，$B$为椭圆$C$的下顶点，延长$BF_2$交椭圆$C$于另一点$A$，若$\cos\angle AF_1B=\frac{2}{3}$，则椭圆$C$的离心率为

A. $\frac{2}{3}$　　B. $\frac{\sqrt{5}}{3}$　　C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$　　D. $\frac{\sqrt{7}}{3}$

二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分.

9. 已知A,B是全集U的两个非空真子集，下列说法中一定正确的是

A. $A\cap B=\varnothing$　　B. $A\subseteq(A\cup B)$

C. $(\complement_U A)\cup A=U$　　D. $(\complement_U A)\cup(\complement_U B)=\complement_U(A\cap B)$

10. 已知m,n为异面直线，$m\perp$平面α，$n\perp$平面β. 若直线l满足$l\perp m$，$l\perp n$，$l\not\subset\alpha$，$l\not\subset\beta$，则下列说法中正确的是

A. $l//\alpha$　　B. $\alpha\perp\beta$　　C. 若$\alpha\cap\beta=a$，则$a//l$　　D. $l\perp\beta$

11. 已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=\dfrac{2}{3}$，$a_{n+1}=a_n^2+(1-a_n)^2$，下列说法中正确的是

A. $a_n-\dfrac{1}{2}>0$

B. $\exists p,q\in\mathbf{N}^*$且$p\neq q$，满足$a_p=a_q$

C. $a_n=\dfrac{1}{2}(1+9^{1-n})\ (n\geq 2)$

D. 记$\{a_n\}$的前n项积为T_n，则$T_n<\dfrac{3}{2^{n+1}}$

12. 函数$f(x)=\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{1}{x}$的图象称为牛顿三叉戟曲线. 若关于$x$的方程$f(x)=a$有 3 个实根$x_1,x_2,x_3$，且$x_1<x_2<x_3$，则下列说法中正确的是

A. $a>\dfrac{3}{2}$

B. $x_1+x_3<-1$

C. $x_1x_2<-2$

D. $(x_1-x_2)^2\geq 3\sqrt[3]{16}$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 函数$f(x)=\sin x+\cos x$在点$(0,1)$处的切线方程为_____.

14. 2023 年 10 月 5 日晚，杭州亚运会女篮决赛在杭州奥体中心体育馆打响，中国女篮战胜日本女篮，以 6 战全胜的战绩强势夺冠，第 7 次获得亚运会金牌。中国队 6 场比赛得分依次为 101，101，111，104，100，74，则中国队 6 场比赛得分的第 75 百分位数是_____.

15. $f(x)=2\sin(\omega x+\dfrac{\pi}{4})-1\ (\omega>0)$，若存在$0\leq x_1<x_2\leq\dfrac{\pi}{2}$，使得$f(x_1)\cdot f(x_2)=9$，则正实数$\omega$的取值范围为_____.

16. MN是棱长为 2 的正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的内切球的一条直径，点E为B_1C_1的中点，若空间内动点P满足$AP\perp CE$，则$\overrightarrow{MP}\cdot\overrightarrow{NP}$的最小值为_____.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（10 分）

在ΔABC中，$AB=2$，$BC=3$，$AC=4$，AD为$\angle BAC$的平分线.

（1）求ΔABC的面积；

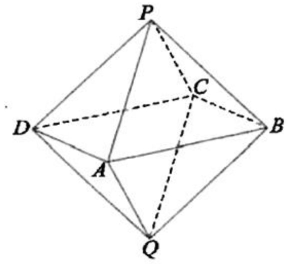
（2）求$\sin\angle ADC$.

18.（12 分）

如图，已知两个正四棱锥 $P-ABCD$ 与 $Q-ABCD$ 的所有棱长均为 2.

（1）设平面 PAB 与平面 PCD 的交线为 l，证明：l // 平面 QAB；

（2）求直线 PA 与平面 QAB 所成角的正弦值.



19.（12 分）

甲，乙两学校进行体育比赛，比赛共设两个项目，每个项目胜方得 5 分，负方得 0 分，平局各得 2 分. 两个项目比赛结束后，总得分高的学校获得冠军. 已知甲学校在两个项目中获胜的概率分别为 0.4，0.6，甲学校在两个项目中平局的概率分别为 0.1，0.2.各项目的比赛结果相互独立.

（1）求甲学校两场比赛后获得冠军的概率；

（2）用 X 表示甲学校两场比赛的总得分，求 X 的分布列与期望.

20.（12 分）

记数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，满足 $a_2=-11$，且 $2S_n=n(a_n-13)$.

（1）求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）记 $b_n=\dfrac{1}{a_na_{n+1}}$，求数列 $\{|b_n|\}$ 的前 n 项和.

21.（12 分）

已知 $f(x)=\mathrm{e}^{x}-2x+a$.

（1）若 $f(x)\geq 0$ 恒成立，求实数 a 的取值范围；

（2）设 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数，已知 $\mathrm{e}^{x}+2\ln x-(\mathrm{e}+2)x+2\geq 0$ 的解集为 $\{x\mid x\geq t\}$，求 $[\mathrm{e}t]$.（参考数据：$\mathrm{e}\approx 2.72$，$\ln 2\approx 0.69$，$\ln 3\approx 1.10$）

22.（12 分）

已知抛物线 C：$x^{2}=2py\left(p>0\right)$ 的准线方程为 $y=-1$.动点 P 在 $x^{2}+(y+2)^{2}=1$ 上，过 P 作抛物线 C 的两条切线，切点为 M,N.

（1）求抛物线 C 的方程；

（2）当 ΔOMN 面积的最大值时，求点 P 的坐标.（O 为坐标原点）

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

微信搜一搜

自主选拔在线