

2023 年湖北六校新高考联盟学校高三年级 11 月联考

数学试卷

命题学校：仙桃中学 命题人：代少军 胡生森 审题人：仙桃中学 郭青青 东风高中 程相龙

考试时间：2023 年 11 月 2 日 15:00~17:00 时长：120 分钟 满分：150 分

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

- 若复数 $z = 1 + i^{2023}$ (i 为虚数单位)，则复数 \bar{z} 在复平面上对应的点所在的象限为 ()
 A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
- 已知集合 $A = \{x \mid |x - 2| > 1\}$, $B = \{x \mid \log_2 x < 1\}$, 则 $A \cap B$ 等于 ()
 A. $\{x \mid x < 1\}$ B. $\{x \mid 0 < x < 3\}$ C. $\{x \mid 1 < x < 2\}$ D. $\{x \mid 0 < x < 1\}$
- “ $\sin \alpha = \cos \beta$ ” 是 “ $\beta - \frac{\pi}{2} = \alpha$ ” 的 () 条件
 A. 充要条件 B. 充分不必要条件 C. 必要不充分条件 D. 既不充分也不必要条件
- 已知实数 x, y 满足 $x^2 > y^2$, 则下列关系式中恒成立的是 ()
 A. $\cos x < \cos y$ B. $\left(\frac{1}{3}\right)^x < \left(\frac{1}{3}\right)^y$ C. $\ln(x^2 + 1) > \ln(y^2 + 1)$ D. $2^x < 2^y$
- 若数列 $\{a_n\}$ 为等差数列, 且 $a_1 = \frac{\pi}{6}$, $a_3 = \frac{\pi}{2}$, 则 $\sin a_{2023} =$ ()
 A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
- 已知 $\triangle ABC$ 三个内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $a + b = 2c \cos B$, 则 $\frac{b}{a} + \left(\frac{c}{b}\right)^2$ 的最小值为 ()
 A. $2\sqrt{2}$ B. 3 C. $2\sqrt{3}$ D. 4
- 若实数 α 满足 $\cos \alpha = \tan \alpha$, 则 $\frac{1}{\sin \alpha} + \cos^4 \alpha$ 的值为 ()
 A. 2 B. $\sqrt{3}$ C. $\sqrt{2}$ D. 1
- 函数 $f(x) = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos 2x$ 的最大值为 ()
 A. $1 + \sqrt{2}$ B. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ C. $2\sqrt{2}$ D. 3

二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分。在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求。

全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分。

9. 已知向量 $\vec{a} = (-1, 3)$, $\vec{b} = (x, 2)$, 且 $(\vec{a} - 2\vec{b}) \perp \vec{a}$, 则下列选项正确的是 ()

A. $\vec{b} = (1, 2)$

B. $|3\vec{a} - \vec{b}| = 25$

C. 向量 \vec{a} 与向量 \vec{b} 的夹角是 45°

D. 向量 \vec{b} 在向量 \vec{a} 上的投影向量坐标是 $(-1, 3)$

10. 下列判断正确的是 ()

A. 函数 $f(x) = \sqrt{x^2 + 9} + \frac{1}{\sqrt{x^2 + 9}}$ 的最小值为 2

B. 函数 $f(x) = \frac{5 - 4x + x^2}{2 - x}$ 在 $(-\infty, 2)$ 上的最小值为 2

C. 函数 $f(x) = \frac{1}{x+1} + \frac{4}{5-x}$ 在 $(-1, 5)$ 上的最小值为 $\frac{3}{2}$

D. 若实数 x, y 满足 $4^x + 4^y = 2^{x+1} + 2^{y+1}$, 则 $S = 2^x + 2^y$ 的取值范围是 $(2, 4]$

11. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} xe^x, & (x \leq 0) \\ 2 - |x-1|, & (x > 0) \end{cases}$, 若函数 $g(x) = f(x) - m$ 有两个零点 x_1, x_2 , 则 $x_1 + x_2$ 的值可能是 ()

A. 2

B. $2 + \frac{1}{e}$

C. 3

D. 0

12. 下列不等式中正确的是 ()

A. $e^{\frac{1}{8}} > \frac{8}{7}$

B. $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{7} > \ln 8$

C. $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{8} < \ln 8$

D. $\frac{C_8^0}{8^0} + \frac{C_8^1}{8^1} + \dots + \frac{C_8^8}{8^8} < e$

三、填空题：第13-15题，每小题5分。第16题第一空2分，第二空3分，共20分。

13. 命题“ $\forall x \in (0, +\infty), x^2 - 2x - 3 > 0$ ”的否定是_____。

14. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \sin \pi x, & (x \geq 0) \\ \frac{2}{x}, & (x < 0) \end{cases}$, 则 $f\left[f\left(\frac{3}{2}\right)\right]$ 的值是_____。

15. 已知函数 $f(x) = mx^2 - e^x$, 若当 $x > 0$ 时, $f(x) \leq mx \ln x$ 恒成立, 则实数 m 的取值范围为_____。

16. 已知数列 $\{a_n\}$ 的各项均为非零实数, 且对于任意的正整数 n , 都有 $(a_1 + a_2 + \dots + a_n)^2 = a_1^3 + a_2^3 + \dots + a_n^3$. 当 $n = 3$ 时, 所有满足条件的三项组成的数列 a_1, a_2, a_3 共有_____个; 存在满足条件的无穷数列 $\{a_n\}$, 使得 $a_{2023} = -2022$, 写出这样的无穷数列的一个通项公式_____。

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或验算步骤。

17. (10 分)

$$\text{已知 } A = \{x \mid x^2 - x - 12 \leq 0\}, B = \{x \mid x^2 - (1+m)x + m \leq 0\}$$

- (1) 若 $m = 5$, 求 $A \cap B$;
- (2) 若 $x \in A$ 是 $x \in B$ 的必要不充分条件, 求实数 m 的取值范围.

18. (12 分)

$$\text{已知 } \vec{a} = (\sqrt{3} \cos x, \cos x), \vec{b} = (\sin x, \cos x), \text{ 函数 } f(x) = \vec{a} \cdot \vec{b}.$$

- (1) 求 $f(x)$ 的最小正周期及对称中心;
- (2) 当 $x \in [0, \pi]$ 时, 求 $f(x)$ 单调递增区间.

19. (12 分)

$$\text{已知数列 } \{a_n\} \text{ 满足 } S_n = 2a_n - n (n \in \mathbb{N}^*).$$

- (1) 证明: $\{a_n + 1\}$ 是等比数列;
- (2) 求 $a_1 + a_3 + a_5 + \cdots + a_{2n+1}$.

20. (12分)

在锐角 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 为角 A, B, C 所对的边, $(a-c)\sin C = c\sin(B-C)$.

- (1) 求角 B ;
- (2) 若 $a=2$, 求 $\triangle ABC$ 周长的取值范围.

21. (12分)

已知函数 $f(x) = e^x - 1 - a\sin x (a \in R)$

- (1) 当 $x \in [0, \pi]$ 时, $f(x) \geq 0$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围;
- (2) 当 $a=1$ 时, 数列 $\{a_n\}$ 满足: $0 < a_n < 1, a_{n+1} = f(a_n)$, 求证: $\{a_n\}$ 是递减数列.
(参考数据: $\sin 1 \approx 0.84$)

22. (12分)

已知函数 $f(x) = x - \ln x$, 若 $f(x_1) = f(x_2) = a$, 其中 $x_1 \neq x_2$.

- (1) 求 a 的取值范围;
- (2) 证明: $x_1 + \sqrt{x_1 x_2} + x_2 > 3$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

